درس الكسور والعمليات عليها

-الجزء 1-

Latreche MIFA

1) القسمة الإقليدية:

1.1. القسمة الإقليدية:

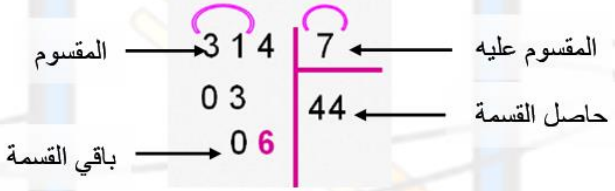
القاعدة:

إجراء القسمة الإقليدية للعدد الطبيعي a على العدد الطبيعي غير المعدوم b $(b \neq 0)$ معناه إيجاد عددين طبيعيين q و r $(0 \leq r < b)$ حيث: $a = q \times b + r$.

a هو المقسوم، b هو المقسوم عليه، q هو حاصل القسمة و r باقي القسمة.

عندما يكون $r = 0$ نقول إن a يقبل القسمة على b. ونقول أيضا إن a مضاعف للعدد b.

مثال:



ونعبّر عن ذلك بالكتابة التالية: $314 = (44 \times 7) + 6$.

1.2. حصر حاصل القسمة:

القاعدة:

عند إجراء القسمة الإقليدية للعدد الطبيعي a على العدد الطبيعي غير المعدوم b $(b \neq 0)$ نتحصل على: $a = (q \times b) + r$.

عندما يكون $r \neq 0$، نقول إن: $\frac{a}{b}$ هي القيمة المضبوطة لحاصل القسمة.

❖ بما أن q هو أكبر عدد طبيعي إذا ضربناه في b نتحصل على عدد أقرب ما يمكن من a وأصغر منه، نقول إن: q هي قيمة تقريبية إلى الوحدة بالنقصان لحاصل القسمة، و $q+1$ هي قيمة تقريبية إلى الوحدة بالزيادة لحاصل القسمة، أي: $q < \frac{a}{b} < q+1$.

ملاحظة:

❖ يمكننا إيجاد حصر أفضل من هذا الحصر لـ $\frac{a}{b}$ وذلك باستعمال قيمتين مقرّبتين إلى $\frac{1}{10}$ $(0,1)$ أو $\frac{1}{100}$ $(0,01)$ بالزيادة والنقصان لحاصل القسمة $\frac{a}{b}$.

مثال:

عندما أجرينا القسمة الإقليدية للعدد 314 على 7 وجدنا الحاصل 44 والباقي 6.

❖ نلاحظ أن القسمة غير منتهية لأن $314 \div 7 = 44,8571\ldots$، ومنه فإن حاصل قسمة 314 على 7 ليس له كتابة عشرية مضبوطة، ولا يمكننا سوى إعطاء قيم عشرية مقرّبة.

❖ $\frac{314}{7}$ هي القيمة المضبوطة لحاصل القسمة، ولدينا: $44 < \frac{314}{7} < 45$ أي أن: 44 هي القيمة التقريبية إلى الوحدة بالنقصان لحاصل قسمة $314 \div 7$، و45 هي القيمة التقريبية إلى الوحدة بالزيادة لحاصل قسمة $314 \div 7$.

❖ $44,8 < \frac{314}{7} < 44,9$ هو حصر باستعمال قيمتين مقرّبتين إلى $\frac{1}{10}$ أو 0,1 لحاصل قسمة $314 \div 7$، و $44,85 < \frac{314}{7} < 44,86$ هو حصر باستعمال قيمتين مقرّبتين إلى $\frac{1}{100}$ أو 0,01 لحاصل قسمة $314 \div 7$.

Latreche MIFA

1.3. الكتابة الكسرية لحاصل القسمة:

القاعدة:

الكتابة الكسرية لحاصل قسمة a على b $(b \neq 0)$، هي: $\frac{a}{b}$ وتسمى نسبة a إلى b.

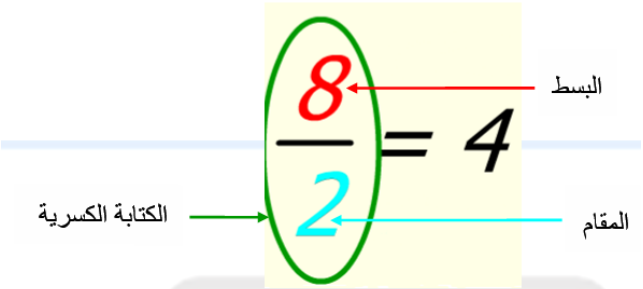
- عندما يكون a أو b عددين غير صحيحين فإن $\frac{a}{b}$ لا يسمى كسرا، بل يسمى كتابة كسرية لـ $\frac{a}{b}$.
- $\frac{a}{b}$ هو العدد الوحيد الذي إذا ضربناه في b نتحصل على a.
- الكسر $\frac{a}{b}$ لا يكون دائما عشريا، فقد تكون القسمة العشرية غير منتهية.

الأمثلة:

- القول إن الطفل أكل $\frac{3}{8}$ من الحلوى معناه: أنه إذا قسّمنا الحلوى إلى 8 أجزاء فإن الطفل قد أكل 3 أجزاء منها.
- $2 \div 8$ هي الكتابة الخطية لحاصل قسمة 8 على 2، بينما $\frac{8}{2}$ هي الكتابة الكسرية لحاصل قسمة 8 على 2.
- $\frac{8}{2}$ هو كسر بينما $\frac{2,1}{5}$ ليس كسرا لأن 2,1 ليس عددا صحيحا، ومنه فإن $\frac{2,1}{5}$ هو كتابة كسرية لـ $\frac{2,1}{5}$.
- $15 \times \frac{10}{15} = 10$ أي أن $\frac{10}{15}$ هو العدد الوحيد الذي إذا ضربناه في 15 نتحصل على 10.
- $\frac{2,1}{5} = 0,42$، نلاحظ أن القسمة هنا منتهية، وحاصل القسمة هو عدد عشري، بينما نلاحظ أن $\frac{5}{3} = 1,6666...$، أي أن القسمة هنا غير منتهية.

Latreche MiFA

1.4. كتابات كسرية لعدد:



القاعدة:

كل عدد طبيعي أو عشري له عدة كتابات كسرية:

- كل عدد طبيعي أو عشري يمكن كتابته على شكل كسر مقامه 1.
- لا تتغير الكتابة الكسرية لعدد إذا ضربنا (قسّمنا) حديه (البسط والمقام) في نفس العدد غير المعدوم. أي من أجل $b \neq 0$ و $k \neq 0$ لدينا: $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$ و $\frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$.
- كل عدد عشري يكتب على شكل كسر مقامه 10 أو 100 أو 1000.....الخ، وذلك بضرب حديه (البسط والمقام) في 10 أو 100 أو 1000.....الخ.

الأمثلة:

- لدينا الكسر $\frac{15}{12}$، ويمكن كتابته كتابة كسرية كما يلي: $\frac{15}{12} = \frac{15 \div 2}{12 \div 2} = \frac{7,5}{6}$.
- لدينا الكتابة الكسرية $\frac{1,99}{0,12}$، ويمكن كتابتها كسرا كما يلي:

$$\frac{1,99}{0,12} = \frac{1,99 \times 100}{0,12 \times 100} = \frac{199}{12}.$$

Latreche MIFA

❖ لدينا:

$$0,246 = \frac{0,246}{1} = \frac{246}{1000} = \frac{246 \div 2}{1000 \div 2} = \frac{123}{500}$$

كل هذه الكتابات تمثل نفس العدد.

ملاحظة:

لتبسيط كسر أو كتابة كسرية، يجب معرفة جداول الضرب ومعايير القسمة على 2، 3، 5، ....الخ.

Latreche MIFA