

ملخص درس الاستمرارية

1. الاستمرارية على مجال معين:

1. استمرارية دالة عند عدد حقيقي:

❖ لتكن f دالة معرفة على مجال I ، و a عدد حقيقي من I ، نقول عن الدالة f أنها مستمرة في a إذا كانت: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

2. استمرارية دالة عن يمين وعن يسار عدد حقيقي:

❖ f دالة معرفة على مجال I ، و a عدد حقيقي من I ، نقول عن الدالة f أنها مستمرة على يمين a إذا كانت: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$.

❖ f دالة معرفة على مجال I ، و a عدد حقيقي من I ، نقول عن الدالة f أنها مستمرة على يسار a إذا كانت: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$.

3. استمرارية دالة على مجال معين:

❖ القول أن الدالة f مستمرة على المجال I معناه أنها مستمرة عند كل قيمة من I .

التفسير الهندسي:

تكون الدالة f مستمرة على المجال I ، إذا وفقط إذا، تمكنا من رسم تمثيلها البياني على المجال I دون رفع القلم من الورقة.

4. خواص:

- ❖ الدوال المرجعية مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها.
 - ❖ مجموع وجداء ومركب دوال مستمرة هي أيضا دوال مستمرة.
 - ❖ الدوال كثيرة حدود، \sin ، \cos مستمرة على \mathbb{R} .
 - ❖ الدوال الناطقة مستمرة على كل مجال محتوي في مجموعة تعريفها.
- ملاحظة:** كل دالة قابلة للاشتقاق على مجال I ، هي مستمرة على هذا المجال. والعكس ليس دائما صحيحا.

II. نظرية القيم المتوسطة:

❖ لتكن f دالة معرفة ومستمرة على المجال $[a; b]$. من أجل كل عدد حقيقي k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ ، يوجد على الأقل عدد حقيقي c محصور بين a و b حيث: $f(c) = k$.

التفسير الهندسي:

بيانيا هذا معناه أن التمثيل البياني للدالة f يقطع، على الأقل مرة، المستقيم الذي معادلته $y = k$ على المجال $[a; b]$.

- ❖ إذا كانت الدالة f مستمرة ورتبية تماما على المجال $[a; b]$ ، فإنه من أجل كل عدد حقيقي k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ ، يوجد عدد حقيقي وحيد c محصور بين a و b حيث: $f(c) = k$.
- ❖ إذا كانت الدالة f مستمرة على المجال $[a; b]$ ، وكان $f(a)$ و $f(b)$ من إشارتين مختلفتين، فإن f تتعدم على الأقل مرة بين a و b . بمعنى آخر: إذا كان $f(a) \times f(b) < 0$ ، فإنه يوجد على الأقل عدد حقيقي c محصور بين a و b حيث: $f(c) = 0$.

التفسير الهندسي:

المنحنى (C_f) التمثيل البياني للدالة f يقطع محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة c والترتيب 0.

ملاحظة:

مبرهنة القيم المتوسطة تؤكد فقط وجود حل على الأقل للمعادلة $f(x) = k$. أما تعيين الحلول أو قيم مقربة لها فيتم باتباع طرق مختلفة (الحرص بالتصنيف أو استعمال جدول).

III. استمرارية دالة وجدول تغيراتها:

اتفق الرياضيون على أنه في جدول تغيرات أي دالة، الأسهم المائلة تدل على أن الدالة مستمرة ورتبية تماما على ذلك المجال.

تم بحمد الله وتوفيقه

Latreche MIFA