

تمارين حول الاستمرارية - الجزء 2-

التمرين 1:

ممثل بيانيا كل دالة من الدوال التالية، ثم أدرس استمراريتهما من خلال تمثيلها البياني:

$$.h(x) = \begin{cases} 2 & x \in]-\infty; -2] \\ -x & x \in]-2; 2[\\ -1 & x \in [2; +\infty[\end{cases} .g(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ x & x > 1 \end{cases} .f(x) = \begin{cases} -2x - 5 & x < 0 \\ \frac{1}{2}x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

التمرين 2:

لتكن f الدالة المعرفة على: \mathbb{R}^{+*} بـ: $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 2 \\ \frac{4}{x^2} & 0 < x < 2 \end{cases}$. برهن أن f مستمرة عند 2.

التمرين 3:

أدرس استمرارية كل دالة من الدوال التالية بعد تحديد مجموعة تعريفها:

$$f_1 : x \rightarrow 2x^3 + 3x^2 + 1$$

$$f_2 : x \rightarrow |x|$$

$$f_3 : x \rightarrow \sqrt{x}$$

$$f_4 : x \rightarrow \frac{1}{x}$$

$$f_5 : x \rightarrow \cos x$$

$$f_6 : x \rightarrow \sin x$$

التمرين 4:

لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \begin{cases} |x| + x + 1 & x \leq 1 \\ \sqrt{x}(x^2 + 2) & x > 1 \end{cases}$

(1) أثبت أن f مستمرة على $\mathbb{R} - \{1\}$.

(2) أدرس استمرارية f عند 1.

(3) استنتج استمرارية f على مجموعة تعريفها.

التمرين 5:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - \frac{1}{x} & x > 4 \\ (x+k)^2 & x \leq 4 \end{cases}$$

لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ:

استنتج قيم k التي تكون من أجلها f مستمرة على مجموعة تعريفها.

التمرين 6:

(1) برهن أن الدالة: $x \rightarrow \sqrt{x^2 + x + 2}$ معرفة ومستمرة على \mathbb{R} .

(2) استنتج أن الدالة u المعرفة على \mathbb{R} بـ:

$$u(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x - 1} & x \neq 1 \\ \frac{3}{4} & x = 1 \end{cases}$$

مستمرة على \mathbb{R} .

التمرين 7:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ:

برهن أن f مستمرة على \mathbb{R} .

التمرين 8:

x	-5	2	4
f	7	-3	0

ليكن الجدول المقابل جدول تغيرات الدالة f .
(1) ما هو عدد حلول المعادلة $f(x) = 1$. علل إجابتك.

التمرين 9:

ليكن الجدول الموالي جدول تغيرات الدالة f .
اعط، بدون برهان، عدد حلول المعادلة $f(x) = k$ في المجال $[-5; 10]$ ، في كل حالة من الحالات التالية: $k = 3$ ، $k = 7$ ، $k = -1$ ، $k = -5$.

x	-5	-1	0	10
f	-8	0	-2	5

التمرين 10:

f هي الدالة المعرفة بـ: $f(x) = x^2 - 3x + 1$ والجدول المبين في الشكل الموالي يلخص تغيرات الدالة f على $[0;5]$.

(1) استنتج أن المعادلة $f(x) = 8$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0;5]$.

(2) أكمل الجدول الموالي، واعط قيمة لـ α بتقريب 10^{-1} .

(3) أوجد القيمة الحقيقية لـ α .

x	0	$\frac{3}{2}$	5
f	1	$-\frac{5}{4}$	11

x	4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5
$f(x)$											

التمرين 11:

f هي الدالة المعرفة على المجال $[0;3]$ بـ: $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 2$.

(1) حل العبارة $(x-1)^2(x-3)$.

(2) حل المعادلة $f(x) = 1$

(3) باستعمال جدول تغيرات الدالة f الموالي، اعط حسب قيم k ، عدد حلول المعادلة $f(x) = k$.

x	0	1	$\frac{7}{3}$	3
f	-2	1	$-\frac{5}{27}$	1

التمرين 12:

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 1 & x \leq 0 \\ ax + b & 0 < x < 2 \\ x^2 - 6x + 4 & x \geq 2 \end{cases}$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان.

احسب a و b لتكون f مستمرة على \mathbb{R} .

التمرين 13:

g هي الدالة المعرفة على المجال $[-4;3]$ بـ: $g(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$. والجدول الموالي هو جدول تغيراتها.

(2) مثلّ الدالة g تمثيلا بيانيا.

(3) برهن أن المعادلة $2x^3 + 3x^2 - 12x + 8 = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-4;3]$. واعط قيمة لـ α بتقريب 10^{-2} .

x	-4	-2	1	3
g	-32	20	-7	45

التمرين 14:

f دالة مستمرة على المجال $[0;1]$ ، ومن أجل كل x من $[0;1]$ لدينا $f(x) \in [0;1]$.
برهن أن الدالة $f(x) = x$ تقبل على الأقل حلا واحدا.

تمّ بحمد الله وتوفيقه