

## تمارين حول الاشتقاقية - الجزء 1-

### التمرين 1:

- لتكن الدالة  $f$  المعرفة بـ:  $f(x) = x^2 - x + 1$ .
- (1) ما هو ترتيب النقطة  $A$  التي تنتمي لـ  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$ ، والتي فاصلتها 2.
  - (2) احسب  $f(2+h)$ ، واستنتج منه أن  $\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = h + 3$ .
  - (3) أثبت أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق عند 2، ثم أحسب  $f'(2)$ .
  - (4) برهن أن معادلة المستقيم  $d$  الذي يشمل النقطة  $A$ ، ومعامل توجيهه 3 هي:  $y = 3x - 3$ .
  - (5) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر ارسم  $(C_f)$  و  $d$ .

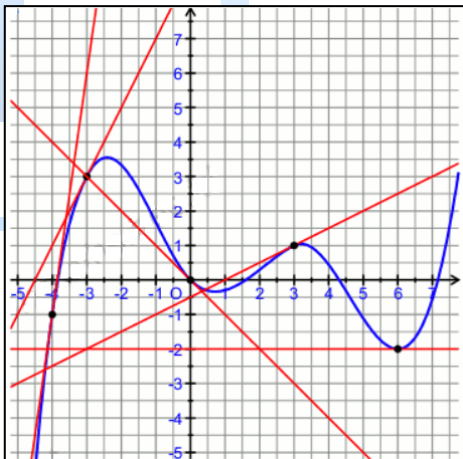
### التمرين 2:

- لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 2x^2 - x$ .
- (1) برهن أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق عند 1، ثم أحسب  $f'(1)$ .
  - (2) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، تحقق من النتائج المتحصل عليها.

### التمرين 3:

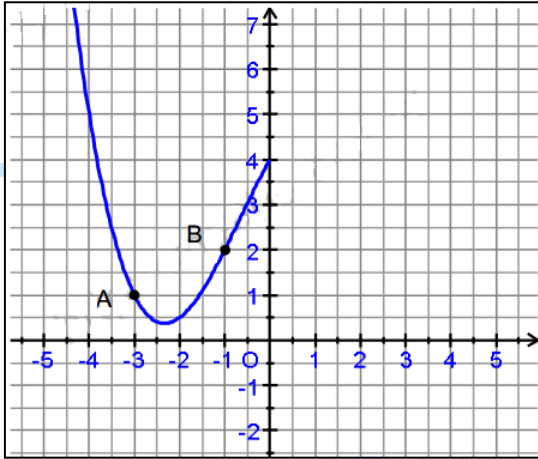
- لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - x^2$ .
- (1) برهن أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق عند  $(-2)$ ، ثم أحسب  $f'(-2)$ .
  - (2) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، تحقق من النتائج المتحصل عليها.

### التمرين 4:



إليك في الشكل المقابل التمثيل البياني للدالة  $f$  و بعض المستقيمات المقاربة له. استنتج، من خلال الشكل، مايلي:

|         |          |
|---------|----------|
| $f(-4)$ | $f'(-4)$ |
| $f(-3)$ | $f'(-3)$ |
| $f(0)$  | $f'(0)$  |
| $f(3)$  | $f'(3)$  |
| $f(6)$  | $f'(6)$  |

التمرين 5:

إليك في الشكل المقابل جزء من التمثيل البياني للدالة  $f$ .

(1) ما هي إحداثيات النقطتين A و B التي تنتمي لـ  $(C_f)$ . ثم أذكر إحداثياتهما بدلالة الدالة  $f$ .

(2) ارسم مماسات  $(C_f)$  عند النقطتين A و B علما أن:

$$f'(-1) = 2 \text{ و } f'(-3) = -2$$

(3) أكمل رسم  $(C_f)$  علما أن:  $f(1) = 5$ ،

$$f'(3) = -8 \text{ و } f'(1) = 0 \text{ ، } f(3) = -2$$

التمرين 6:

ارسم  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  علما أن:

$$f(-2) = 1 \quad f(0) = \frac{1}{2} \quad f(2) = 2 \quad f(5) = 1$$

$$f'(-2) = -\frac{1}{2} \quad f'(0) = 0 \quad f'(2) = 1 \quad f'(5) = -3$$

التمرين 7:

الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \sqrt{x}$ .

$$(1) \text{ برهن أن } \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \frac{1}{\sqrt{3+h} + \sqrt{3}}$$

(2) استنتج، باستعمال تعريف العدد المشتق، أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق عند 3، وأعط قيمة  $f'(3)$ .

(3) ليكن العدد  $a$  حيث:  $a \in [0; +\infty[$ . أدرس قابلية الدالة  $f$  للاشتقاق عند  $a$ ، وأعط، إن وجد، العدد

المشتق للدالة  $f$  عند  $a$ .

(4) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$ . ما الذي يمكن قوله بالنسبة

لمماس  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها 0.

التمرين 8:

الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 3x - 5$ .  
ليكن العدد  $x_0$  حيث:  $x_0 \in \mathbb{R}$ . أدرس قابلية الدالة  $f$  للاشتقاق عند  $x_0$ ، وأعط، إن وجد، العدد المشتق للدالة  $f$  عند  $x_0$ .

التمرين 9:

الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = |x|$ .  
(1) أرسم  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$ .  
(2) ليكن العدد  $x_0$  حيث:  $x_0 \in \mathbb{R}$ . أدرس قابلية الدالة  $f$  للاشتقاق عند  $x_0$ ، وأعط قيمة  $f'(x_0)$ . (لا بد من دراسة عدة حالات).

التمرين 10:

لتكن الدوال  $f, g, t$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  
 $f(x) = k$  مع  $k \in \mathbb{R}$ ،  $g(x) = x$  و  $t(x) = mx + p$  مع  $m \in \mathbb{R}$  و  $p \in \mathbb{R}$ .  
باستعمال تعريف العدد المشتق، برهن أن هذه الدوال قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$ ، وأعط لكل منها دالتها المشتقة.

التمرين 11:

أحسب الدالة المشتقة لكل دالة من الدوال التالية:

$$1) f(x) = x^2 + 5x \quad 2) f(x) = 2x + \frac{1}{x} \quad 3) f(x) = x^2 - x$$

$$4) f(x) = x^3 + 3x + 1 \quad 5) f(x) = -2x + 1 \quad 6) f(x) = \frac{3x + 1}{2}$$

التمرين 12:

أحسب الدالة المشتقة لكل دالة من الدوال التالية:

$$1) f(x) = x^4 - 2x - 3 \quad 2) f(x) = \frac{1}{x} - 5 \quad 3) f(x) = \frac{3 - 2x}{5}$$

$$4) f(x) = x^5 + x^4 \quad 5) f(x) = x^3 - 2x - 1 \quad 6) f(x) = 1 - 3x + \sqrt{x}$$

التمرين 13:

من أجل كل دالة من الدوال التالية، أذكر مجال قابلية اشتقاقها، ودالتها المشتقة:

1)  $f(x) = 3\sqrt{x}$

2)  $f(x) = \frac{2}{x}$

3)  $f(x) = 5x^5 - 3x^2$

4)  $f(x) = (2x^2 - 1)(4x^3 + 1)$

5)  $f(x) = x^2\sqrt{x}$

6)  $f(x) = (2x + 1) \times \frac{1}{x}$

التمرين 14:

من أجل كل دالة من الدوال التالية، أذكر مجال قابلية اشتقاقها، ودالتها المشتقة:

1)  $f(x) = -7x^2 + 5\sqrt{x}$

2)  $f(x) = 8x^4 - 7x^3 + 3x^2 - \frac{7}{x}$

3)  $f(x) = 8\sqrt{x} + \frac{3}{x}$

4)  $f(x) = (-3x - 5)(x^2 + 3x + 7)$

التمرين 15:

من أجل كل دالة من الدوال التالية، أذكر مجال قابلية اشتقاقها، ودالتها المشتقة:

1)  $f(x) = 6\sqrt{x} - 5x^3$

2)  $f(x) = \sqrt{x} \times \frac{1}{x}$

3)  $f(x) = (\sqrt{x} + 1)(5x^2 + 3x + 7)$

4)  $f(x) = (x^2 - 2x - 1)^2$

التمرين 16:

من أجل كل دالة من الدوال التالية، أذكر مجال قابلية اشتقاقها، ودالتها المشتقة:

1)  $f(x) = \frac{1}{2x+1}$

2)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$

3)  $f(x) = \frac{1}{3-5x}$

4)  $f(x) = \frac{2}{x^2+x}$

5)  $f(x) = -\frac{3}{2x-6}$

6)  $f(x) = \frac{5}{x^3}$

7)  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

8)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

التمرين 17:

من أجل كل دالة من الدوال التالية، أذكر مجال قابلية اشتقاقها، ودالتها المشتقة:

$$1) f(x) = \frac{x+2}{2x-3} \quad 2) f(x) = \frac{2+3x}{x^2+1} \quad 3) f(x) = \frac{x^2}{x-2} \quad 4) f(x) = \frac{x+1}{2x^2+3}$$

$$5) f(x) = -\frac{3-5x}{x-1} \quad 6) f(x) = \frac{2x+1}{x^2+3x} \quad 7) f(x) = \frac{3x^2-1}{3x^2+1} \quad 8) f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

التمرين 18:

أحسب الدالة المشتقة لكل دالة من الدوال التالية:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 5 \quad g(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{5} \quad h(x) = 2 + \frac{1}{x}$$

$$p(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 + \frac{5}{3}x \quad q(x) = x + \frac{1}{2}\sqrt{x} \quad r(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3}$$

التمرين 19:

أحسب الدالة المشتقة لكل دالة من الدوال التالية:

$$f(x) = \frac{3}{2x} \quad g(x) = \frac{x+1}{x-3} \quad h(x) = \frac{x^2+x-1}{x^2+x+1}$$

$$p(x) = (x-3)\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \quad q(x) = (x^2-3)\sqrt{x} \quad r(x) = (2x+1)^2$$

التمرين 20:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$ . وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني.

(1) هل لدى  $(C_f)$  مماسات موازية للمستقيم  $d$  الذي معادلته:  $y = -x + 1$ ؟ إن كانت الإجابة بنعم، في أي نقطة؟

(2) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، تأكد من صحة النتائج المتحصل عليها.

**التمرين 21:**

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ .

- (1) الدالة  $f$  هي كثيرة حدود، برهن أن الدالة  $f$  لها قيمة حدية صغرى ثم أحسبها.
- (2) احسب  $f'(x)$  واستنتج جدول تغيرات الدالة  $f$ . تأكد من وجود قيمة حدية صغرى للدالة  $f$ .

**التمرين 22:**

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$ .

- (1) احسب  $f'(x)$  واستنتج تغيرات الدالة  $f$ .
- (2) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $[-4; 3]$ .
- (3) ارسم التمثيل البياني للدالة  $f$  على المجال  $[-4; 3]$ .

**التمرين 23:**

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $[0; 9]$  بـ:  $f(x) = \frac{5+x}{1+x}$ .

- (1) احسب  $f'(x)$  ادرس إشارتها.
- (2) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (3) باستعمال جدول تغيرات الدالة  $f$ ، ما هو عدد حلول المعادلة  $f(x) = 1$  على المجال  $[0; 9]$ .

**التمرين 24:**

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  بـ:  $f(x) = ax + b + \frac{16}{x+1}$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان ثابتان.

- (1) أحسب  $a$  و  $b$  علما أن التمثيل البياني للدالة  $f$  يشمل النقطة  $A(1; 2)$ ، ولها عند هذه النقطة مماس موازي لمحور الفواصل.
- (2) تأكد من النتائج المتحصل عليها برسم التمثيل البياني للدالة  $f$  باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر.

التمرين 25:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $[-4;2]$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3$ . وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني.

- (1) أدرس تغيرات الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.
- (2) ما هي معادلة  $T$  المماس لـ  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها  $(-1)$ .
- (3) أدرس إشارة  $f(x) - \left(-x - \frac{10}{3}\right)$ . ثم استنتج موقع  $(C_f)$  من المستقيم  $T$ .
- (4) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم  $(C_f)$  و  $T$  في نفس المعلم.
- (5) أحسب  $f''(x)$ ، ثم أثبت أن  $f''(x)$  تنعدم مغيرة إشارتها عند  $(-1)$ .

التمرين 26:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $[-2;2]$  بـ:  $f(x) = x^4 - 2x^2$ .

- (1) احسب  $f'(x)$ ، وادرس إشارتها.
- (2) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (3) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$ .

تم بحمد الله وتوفيقه

Latreche MIFA