

## تمارين حول الدوال الأسية - الجزء 1-

### فهرس التمارين

3	استعمال الخصائص الجبرية لتبسيط عبارة: .....
3	التمرين 1:
3	التمرين 2:
3	التمرين 3:
3	التمرين 4:
3	التمرين 5:
3	التمرين 6:
4	استعمال الخصائص الجبرية لتحويل عبارة: .....
4	التمرين 7:
4	التمرين 8:
4	التمرين 9:
4	التمرين 10:
4	التمرين 11:
5	حل معادلة من الشكل $e^{u(x)} = e^{v(x)}$ : .....
5	التمرين 12:
5	التمرين 13:
5	حل معادلة من الشكل $e^{u(x)} = k$ : .....
5	التمرين 14:
5	التمرين 15:
5	استعمال اللوغاريتم النيبييري لحل معادلة من الشكل $e^{u(x)} = k$ : .....
5	التمرين 16:
5	التمرين 17:
6	حل معادلة من الشكل $ae^{2u(x)} + be^{u(x)} + c = 0$ : .....
6	التمرين 18:
6	التمرين 19:
6	حل متراجحة من الشكل $e^{u(x)} > e^{v(x)}$ : .....



- 6 ..... التمرين 20:
- 6 ..... التمرين 21:
- 6 ..... حل متراجحة من الشكل  $e^{u(x)} > k$  : التمرين 22:
- 7 ..... التمرين 23:
- 7 ..... استعمال اللوغاريتم النيبيري لحل متراجحة من الشكل  $e^{u(x)} \geq k$  : التمرين 24:
- 7 ..... التمرين 25:
- 7 ..... حل متراجحة من الشكل  $ae^{2u(x)} + be^{u(x)} + c \geq 0$  : التمرين 26:
- 7 ..... التمرين 27:
- 8 ..... دراسة إشارة عبارة تتضمن الدالة الأسية: التمرين 28:
- 8 ..... التمرين 29:
- 8 ..... التمرين 30:
- 8 ..... استعمال اللوغاريتم النيبيري لدراسة إشارة عبارة تتضمن الدالة الأسية: التمرين 31:
- 8 ..... التمرين 32:
- 9 ..... حل جملة معادلتين: التمرين 33:
- 9 ..... التمرين 34:

Latreche MIFA



استعمال الخصائص الجبرية لتبسيط عبارة:**التمرين 1:**

بسّط قدر الإمكان العبارات التالية:

1) $\frac{e^3}{e^5 \times 2e^2}$	2) $e^6 \times 3e^{-4}$	3) $5e^2 \times 3e^{x+1}$	4) $\frac{e^{2x+6} \times e^x}{3e^{2x+1}}$
5) $\frac{2e^5 \times e^{-x+4}}{e^{4-x}}$	6) $\frac{e^{4x^2} \times e^{x+4}}{e^{4+x^2}}$	7) $\frac{e^{x+2}}{5e^{-2+x} \times e^x}$	8) $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^{-x+1} + e^{x+1}}$

**التمرين 2:**

أكتب بشكل مبسط ما يلي:

1) $e^{2x} \times e^{1-2x}$	2) $\frac{e^{2x+3}}{e^{x-1}}$	3) $(e^x + e^{-x})^2$	4) $e^{-2x} - \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x}}$
-----------------------------	-------------------------------	-----------------------	--

**التمرين 3:**

أكتب بشكل مبسط ما يلي:

1) $(e^{2x+1})^{-3} \times (e^{3x-1})^2$	2) $\frac{e^{5x}}{e^{2x} \times e}$
3) $(e^{\pi x} + e^{-\pi x})^2 - (e^{\pi x} - e^{-\pi x})^2$	4) $\frac{e^x + e^{-x}}{e^x}$

**التمرين 4:**

أكتب بشكل مبسط ما يلي:

$$\left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)^2$$

**التمرين 5:**

أكتب بشكل مبسط ما يلي:

1) $\frac{e^{1+x}}{e^{x+2}}$	2) $\frac{e^{3x} + e^x}{e^{2x} + e^x}$	3) $\left(\frac{e}{e^{-x}}\right)^4$
------------------------------	--	--------------------------------------

**التمرين 6:**

أكتب بشكل مبسط ما يلي:

1) $e^x \times e^{3x}$	2) $\frac{e^{2x}}{e^x}$	3) $(e^x + 1)(e^x - 1)$	4) $e^{x+1} \times e^{x-1}$	5) $\frac{e^{2x} - 1}{e^x + 1}$
------------------------	-------------------------	-------------------------	-----------------------------	---------------------------------



استعمال الخصائص الجبرية لتحويل عبارة:التمرين 7:

برهن أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$ ، فإن:  $e^x - x - 1 \geq 0$ .

التمرين 8:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ .

(1) برهن أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$ ، فإن:  $f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$ .

(2) برهن أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$ ، فإن:  $f(2x) = \frac{2f(x)}{1 + [f(x)]^2}$ .

التمرين 9:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{2}{e^x + 1}$ .

(1) أثبت أن الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$ .

(2) برهن أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$ ، فإن:  $f(x) + f(-x) = 2$ .

(3) ما لذي يمكن استنتاجه بالنسبة للتمثيل البياني للدالة  $f$ .

التمرين 10:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = e^x - (x+1)$ .

(1) برهن أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$ ، فإن:  $1 + x \leq e^x$ .

(2) استنتج أنه من أجل كل  $x < 1$ ، فإن:  $e^x \leq \frac{1}{1-x}$ .

التمرين 11:

برهن أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$ ،

1) $\frac{e^x}{e^x + 1} = \frac{1}{1 + e^{-x}}$	2) $\frac{e^x + 1}{e^x - 1} = \frac{1 + e^{-x}}{1 - e^{-x}}$	3) $\frac{e^{2x}}{e^{2x} + e^x} = \frac{1}{1 + e^{-x}}$
4) $\frac{1 + e^x}{1 - e^{-x}} = \frac{1 + e^{-x}}{e^{-x} - e^{-2x}}$	5) $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$	6) $\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$
7) $\frac{e^{-x}}{e^x + 1} = \frac{e^{-2x}}{1 + e^{-x}}$	8) $\frac{3e^{4x} - 2}{e^{4x} + 3} = \frac{3e^{2x} - 2e^{-2x}}{e^{2x} + 3e^{-2x}}$	

حل معادلة من الشكل  $e^{u(x)} = e^{v(x)}$  :

### التمرين 12:

حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

1) $e^{3x+5} = e^{1-2x}$	2) $e^{-2x+7} = e^{3x-2}$	3) $e^{4x-10} = e^{-2x+5}$
4) $e^{x^2-1} = e^{-x-3}$	5) $e^{x^2+1} = e^{x+3}$	6) $e^{x^2+1} = e^{2x}$
7) $e^{-x^2+3} = e^{-3x+1}$	8) $e^{-4x} = e^{-x^2-2}$	9) $e^{3x+1} = e^{2x-5}$

### التمرين 13:

حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

1) $e^x - e^{-x} = 0$	2) $e^{x^2-8} = e^{2x}$	3) $e^{x+1} - e^{2x-3} = 0$	4) $\frac{2e^x + 1}{e^x} = 2e^3 + e^{-x}$
5) $e^{x^2} - e^x = 0$	6) $\frac{-e^{2-5x} - 2}{e^{4x+3} + 2} = -1$	7) $\frac{-2e^{4-4x} - 10}{e^{3-x} + 5} = -2$	8) $e^{-x+1} = \frac{1}{e}$

حل معادلة من الشكل  $e^{u(x)} = k$  :

### التمرين 14:

حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

1) $e^{2x+1} = 1$	2) $e^{3x} = e$	3) $e^{-5x} = -2$	4) $e^{x^2-x-1} = 1$
5) $e^{-3x^2} = e$	6) $e^{-4x^2-4x+1} = 1$	7) $e^{x^2-2x+1} = e$	8) $e^{-7x^2-3x-4} = 1$

### التمرين 15:

حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

1) $e^{4x-7} = e$	2) $e^{2x-3} = 1$	3) $e^{x-1} \times e^{3x+5} = 1$	4) $e^{x(3x-1)} = 1$
5) $e^{3x+2} = e$	6) $\frac{1}{e^{x^2-1}} = 1$	7) $e^{x^2-25} = 1$	8) $e^{5x+2} = 0$

استعمال اللوغاريتم النيبيري لحل معادلة من الشكل  $e^{u(x)} = k$  :

### التمرين 16:

حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

1) $e^{4x-1} = 3$	2) $e^{-5x+2} = 4$	3) $e^{x^2-2x} = 5$	4) $e^{1-2x^2} = 6 \ln(e)$	5) $e^{3x^2} = 5e$
-------------------	--------------------	---------------------	----------------------------	--------------------

### التمرين 17:

حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

1) $e^{3x+1} = 5$	2) $e^{2x-3} = \frac{1}{2}$	3) $e^{2x} - 9 = 0$	4) $e^x + 1 = 0$	5) $e^x (e^x - 4) = 0$
-------------------	-----------------------------	---------------------	------------------	------------------------



حل معادلة من الشكل :  $ae^{2u(x)} + be^{u(x)} + c = 0$

### التمرين 18:

حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

1) $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$	2) $2e^{2x} + 4e^x + 2 = 0$
3) $e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$	4) $e^{2x} - 2e^x + 4 = 0$

### التمرين 19:

حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية:

1) $e^{2x} + (1-e)e^x - e = 0$	2) $e^{2x} + 4e^x - 5 = 0$
3) $e^{2x} + e^x - 2 = 0$	4) $e^x + 2 - 3e^{-x} = 0$
5) $e^{2(x+1)} - (1+e^2)e^x + 1 = 0$	

حل متراجحة من الشكل :  $e^{u(x)} > e^{v(x)}$

### التمرين 20:

حلّ في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

1) $e^{3x+1} < e^{5x}$	2) $e^{1-3x} > e^{-x-3}$	3) $e^{4-2x} > e^6$	4) $e^{2x^2-3} > e^{x-4}$
5) $e^{x^2+x-7} < e^{x+2}$	6) $e^{-x-3x^2} > e^{-2x+1}$	7) $e^{-x^2+2x-2} < e^{-x-2}$	8) $e^{-x^2+4x-3} \geq e^{3x^2-7}$

### التمرين 21:

حلّ في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

1) $e^{x^2} > e^{3x}$	2) $e^{x(x-1)} \leq e^{3x+2}$	3) $e^{2x} < e^{-2x}$	4) $e^{\frac{2}{x}} \geq e^{x+1}$
5) $\frac{e^x + 3}{e^x + 1} > 2$	6) $e^x - e^{2x} \leq 0$	7) $e^{2x+5} < e^{1-x}$	8) $e^{x^2+3x-2} < e^2$

حل متراجحة من الشكل :  $e^{u(x)} > k$

### التمرين 22:

حلّ في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

1) $e^{2x+1} > 1$	2) $e^{1-x} < e$	3) $e^{4+2x} > e$	4) $e^{2+x} \leq 1$
5) $e^{x-3} \geq 1$	6) $e^{x^2-2x+1} \geq 1$	7) $e^{x^2-3x+4} \leq e$	8) $e^{2+x} \leq -1$



**التمرين 23:**حلّ في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

1) $e^{2x} - 1 > 0$	2) $e^{3x+2} \leq e$	3) $e^x + 1 > 0$	4) $\frac{1}{7} + e^{12x+7} > \frac{1}{e^2}$
5) $1 - e^{x-2} \geq 0$	6) $\frac{1}{e^x} - e > 0$	7) $1 - e^{x^2-1} > 0$	8) $e^{x^2} e^x < e^6$

استعمال اللوغاريتم النيبييري لحل متراجحة من الشكل  $e^{u(x)} \geq k$ :**التمرين 24:**حلّ في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

1) $e^{-2x-1} > 2$	2) $e^{4+2x} < 5$	3) $e^{x^2-2x+1} > 2$	4) $e^{3-x} < 3$
5) $e^{2x} < \frac{1}{2}$	6) $e^{3x^2+2x-1} < 4$	7) $e^{x^2} < 5$	8) $e^{x^2+1} > 8$

**التمرين 25:**حلّ في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

1) $e^{x-1} > 3$	2) $e^{x-1} > -3$	3) $e^{2x+3} \times e^{5x-8} < 6$
4) $e^{3x+9} > 2$	5) $\frac{3-x}{4e^{3x-1}} \geq 0$	6) $-5e^{-2x-2} + 1 > 0$
7) $-4e^{-9x-6} - 6 > 0$	8) $-3e^{-14x+15} < -23$	

حل متراجحة من الشكل  $ae^{2u(x)} + be^{u(x)} + c \geq 0$ :**التمرين 26:**حلّ في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

1) $e^{2x} - 7e^x + 12 > 0$	2) $e^{2x} - 2e^x + 4 < 0$
3) $e^{2x} - 6e^x + 9 > 0$	4) $e^{2x} - 3e^x + 2 > 0$

**التمرين 27:**حلّ في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

1) $e^{2x} - e^{x+3} \geq e^x - e^3$	2) $e^{2x} - e^{x-6} > e^{x+7} - e$
--------------------------------------	-------------------------------------



دراسة إشارة عبارة تتضمن الدالة الأسية:التمرين 28:

أدرس إشارة العبارات التالية:

1) $(e^x - 1)(e^x + 1)$	2) $e^{3x+2} - e^2$	3) $(e^{2-x} - 1)(e^{4x+7} - 1)$
4) $e^{\frac{x}{4x-3}} - 1$	5) $1 - e^{x^2-2}$	6) $e^{2x^2-2} - e$

التمرين 29:

أدرس إشارة العبارات التالية:

1) $13e^{7-x} - (2x+9)e^{7-x}$	2) $(7-12x)e^{10-5x} - (2-8x)e^{10-5x}$
3) $8e^{-8x+6} + 10$	4) $-4e^{6x+10} - 2$

التمرين 30:

أدرس إشارة العبارات التالية:

1) $2xe^{2x} - 3e^{2x}$	2) $(13x+7)e^{-4x-10} - 10(x+1)e^{-4x-10}$
3) $(1-2x)e^{3-5x}$	4) $-2xe^{3x-5} - 4e^{3x-5}$
5) $(7x-3)e^{1-4x} - (8x-9)e^{1-4x}$	6) $(3-7x)e^{3x-8} + (6x+1)e^{3x-8}$
7) $(-2x-11)e^{4x-5} - (-4x-10)e^{4x-5}$	8) $3xe^{3x-10} - 3e^{3x-10}$
9) $3xe^{x-8} + 4e^{x-8}$	

استعمال اللوغاريتم النيبيري لدراسة إشارة عبارة تتضمن الدالة الأسية:التمرين 31:

أدرس إشارة العبارات التالية:

1) $e^{3x} - 4$	2) $7 - \frac{e^{2-x}}{2}$	3) $3e^{-4x} - 5$	4) $2 - e^{x^2}$
5) $e^{x^2-7} - 3$	6) $e^{\frac{x+3}{2}} - 2$	7) $5e^{4x-5} - 8$	8) $5e^{-3x-5} - 2$





التمرين 32:

أدرس إشارة العبارات التالية:

1) $-8e^{-3x+7} + 7$	2) $-8e^{-2x-7} + 4$	3) $-9e^{8x-2} + 7$
4) $10e^{6x-8} - 4$	5) $8e^{-8x-1} - 5$	6)

حل جملة معادلتين:التمرين 33:حلّ في  $\mathbb{R}^2$  الجمل التالية:

1) $\begin{cases} e^x e^y = 10 \\ e^{x-y} = \frac{2}{5} \end{cases}$	2) $\begin{cases} e^x - 2e^y = -5 \\ 3e^x + e^y = 13 \end{cases}$	3) $\begin{cases} 5e^x - e^y = 19 \\ e^{x+y} = 30 \end{cases}$
--	---	--

التمرين 34:حلّ في  $\mathbb{R}^2$  الجمل التالية:

1) $\begin{cases} e^x + e^y = 5 \\ e^x - e^y = 3 \end{cases}$	2) $\begin{cases} e^x + 2e^y = 3 \\ e^x - e^y = 0 \end{cases}$	3) $\begin{cases} xy = -15 \\ e^x e^y = e^{-2} \end{cases}$
4) $\begin{cases} e^x + 3e^y = 12 \\ 2e^x - e^y = 3 \end{cases}$	5) $\begin{cases} 3e^x - e^y = 17 \\ 2e^x + 3e^y = 15 \end{cases}$	6) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3e^x - e^{y+3} - 2e^2 = 0 \end{cases}$

تم بحمد الله وتوفيقه