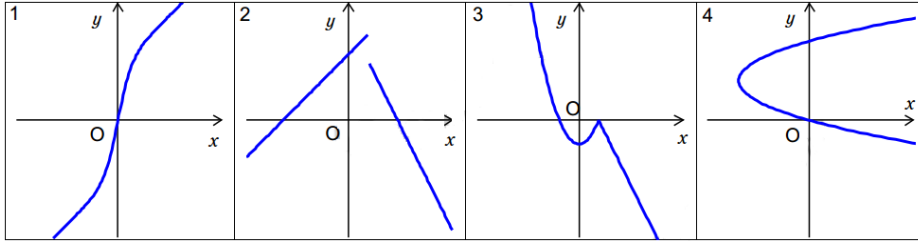


## تمارين تطبيقية لدرس الدوال العددية

### التمرين 1:

في الشكل الموالي ماهي الأشكال التي تمثل دوال. ولماذا؟



### التمرين 2:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ .

(1) أثبت أن  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$ .

(2) ماهي صور  $(-3)$  ;  $\frac{1}{2}$  ;  $0$  ;  $3$  بالدالة  $f$ .

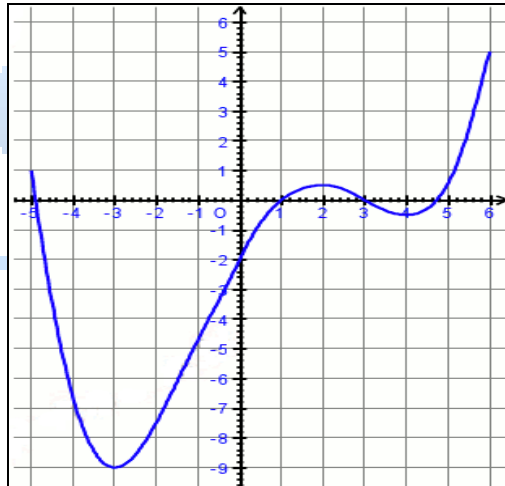
(3) هل للأعداد  $\frac{1}{2}$  ;  $0$  ;  $2$  سوابق بالدالة  $f$ ؟ إن كانت الإجابة بنعم حدّد هذه السوابق.

### التمرين 3:

الشكل الموالي يبيّن التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $[-5; 6]$ .

(1) احسب:  $f(-3)$  ;  $f(0)$  ;  $f(2)$  ;  $f(5)$ .

(2) احسب سوابق الأعداد التالية:  $-2$  ;  $-10$  ;  $2$  ;  $0$ .



التمرين 4:

من خلال الشكل السابق:

(1) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(2) حلّ ما يلي:  $f(x) = 1$  ،  $f(x) = -12$  ،  $f(x) \leq 0$  ،  $f(x) \geq 1$ .

(3) أكمل ما يلي:  $5 \leq x \leq 6 \Leftrightarrow \dots \leq f(x) \leq \dots$  ;  $-3 \leq x \leq 3 \Leftrightarrow \dots \leq f(x) \leq \dots$

(4) أرسم المستقيم  $D$  الذي معادلته:  $y = \frac{2}{3}x - 2$ .

(5) حل المعادلة  $f(x) = \frac{2}{3}x - 2$  والمترابحة  $f(x) \leq \frac{2}{3}x - 2$ .

التمرين 5:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{3x-1}{2x+4}$

(1) حدّد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .

(2) ما هي صور:  $-3$  ;  $1$  ;  $0$  بالدالة  $f$ .

(3) هل للأعداد  $\frac{3}{2}$  ;  $0$  ;  $1$  سوابق بالدالة  $f$ ؟ إن كانت الإجابة بنعم حدّد هذه السوابق.

(4) برهن أنه من أجل كل  $x \in D_f$ ، لدينا:  $f(x) = \frac{3}{2} - \frac{7}{2x+4}$ .

(5) حدّد وضعية  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  بالنسبة للمستقيم  $D$  الذي معادلته:  $y = \frac{3}{2}$ .

(6) تحقق من ذلك باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر.

التمرين 6:

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان، والدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = -3x + 4$ .

(1) برهن باستعمال قواعد المتباينات أن:  $a < b \Leftrightarrow -3a + 4 > -3b + 4$

ما الذي يمكن استنتاجه بالنسبة للدالة  $f$ ؟

(2) بنفس الطريقة، استنتج تغيرات الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 2x - 5$ .

التمرين 7:

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان ينتميان للمجال  $[0; +\infty[$  حيث  $a < b$ .

(1) بعد تحليل العبارة  $a^2 - b^2$  إلى جداء عاملين، ودراسة إشارة كل عامل، برهن أن:  $a^2 - b^2 < 0$ .  
استنتج تغيرات الدالة "مربع" على  $[0; +\infty[$ .

(2) باستعمال نفس الطريقة، استنتج تغيرات الدالة "مربع" على  $]-\infty; 0]$ .

(3) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم التمثيل البياني للدالة "مربع" وتحقق من النتائج المتحصل عليها.

التمرين 8:

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان ينتميان للمجال  $[0; +\infty[$  حيث  $a < b$ .

(1) أثبت أن:  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$ . ثم استنتج أن:  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} > 0$ . ما الذي يمكن قوله عن تغيرات الدالة "مقلوب" على  $[0; +\infty[$ .

(2) باستعمال نفس الطريقة، استنتج تغيرات الدالة "مقلوب" على  $]-\infty; 0]$ .

(3) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم التمثيل البياني للدالة "مقلوب" وتحقق من النتائج المتحصل عليها.

التمرين 9:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 3x - 4$ . وليكن  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان حيث  $a < b$ .

(1) أدرس إشارة  $f(a) - f(b)$ ، ثم استنتج تغيرات الدالة  $f$ .

(2) باستعمال نفس الطريقة، استنتج تغيرات الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = -2x + 3$ .

(3) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم التمثيل البياني لكل دالة وتحقق من النتائج المتحصل عليها.

التمرين 10:

(1) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم التمثيل البياني للدالة "جذر مربع"، ثم برهن بياناً أن المعادلة  $\sqrt{x} + x - 3 = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في المجال  $[0; +\infty[$ . ما هي القيمة التقريبية لـ  $\alpha$ .

(2) أثبت أن  $\alpha$  هو أيضاً حل للمعادلة  $x^2 - 7x + 9 = 0$ .

(3) تحقق أن العبارة  $x^2 - 7x + 9$  يمكن كتابتها على الشكل  $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$ . استنتج القيمة الحقيقية لـ

$\alpha$ ، ثم القيمة المقربة إلى  $10^{-5}$  لـ  $\alpha$ .

**التمرين 11:**

- (1) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  
 $f(x) = |x - 3|$
- (2) بدون برهان، كيف يمكن استنتاج  $(C_f)$  من التمثيل البياني للدالة " $|x|$ ".
- (3) حلّ بيانيا المعادلات التالية:  $f(x) = 5$  ;  $f(x) = x$ .
- (4) تحقق حسابيا من النتائج المتحصل عليها.

**التمرين 12:**

- (1) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم  $(C_g)$  التمثيل البياني للدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  
 $g(x) = |x + 3|$
- (2) بدون برهان، كيف يمكن استنتاج  $(C_g)$  من التمثيل البياني للدالة " $|x|$ ".
- (3) حلّ بيانيا المعادلات التالية:  $g(x) = -\frac{1}{2}x + 1$  ;  $g(x) = x$  ;  $g(x) = -2$ .
- (4) تحقق حسابيا من النتائج المتحصل عليها.

**التمرين 13:**

- (1) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم  $(C_f)$ ،  $(C_g)$ ، و  $(C_h)$  التمثيلات البيانية للدوال  $f$ ،  $g$  و  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^2$  ;  $g(x) = x^2 + 3$  ;  $h(x) = x^2 - 2$ .
- (2) بدون برهان، كيف يمكن استنتاج  $(C_h)$  و  $(C_g)$  من  $(C_f)$ .
- (3) استنتج من الشكل، جدول تغيرات الدالة  $g$ ، ثم جدول تغيرات الدالة  $h$ .

**التمرين 14:**

- (1) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم  $(C_f)$ ،  $(C_g)$ ،  $(C_h)$  و  $(C_l)$  التمثيلات البيانية للدوال  $f$ ،  $g$ ،  $h$  و  $l$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^2$  ;  $g(x) = 3x^2$  ;  $h(x) = -2x^2$  ;  $l(x) = \frac{1}{5}x^2$ .
- (2) استنتج من الشكل، جدول تغيرات الدالة  $g$ ، جدول تغيرات الدالة  $h$  ثم جدول تغيرات الدالة  $l$ .

التمرين 15:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3$ .

ولتكن  $g$  الدالة المعرفة بـ:  $g(x) = \sqrt{f(x)}$ .

(1) الشكل الموالي يمثل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

❖ ما هي القيمة الحدية الصغرى لـ  $f$  على  $\mathbb{R}$ . استنتج أن الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$ .

❖ أحسب القيم الحقيقية لـ:  $g(2)$  ;  $g(0)$  ;  $g(-1)$ ، ثم قيم مقربة لها إلى  $10^{-3}$ .

(2) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$ ، ثم تحقق من صحة جدول التغيرات المبين في الشكل.

(3) على نفس المعلم، أرسم  $(C_g)$  التمثيل البياني للدالة  $g$ . ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $g$ .

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$2$	$+\infty$
$f$		$\frac{31}{12}$	$3$	$\frac{1}{3}$	

التمرين 16:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^2 + \frac{3}{2}$ . ولتكن  $g$  الدالة المعرفة بـ:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .

(1) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ . استنتج أن الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$ .

(2) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم  $(C_f)$  و  $(C_g)$ .

(3) استنتج من  $(C_g)$  جدول تغيرات الدالة  $g$ .

# Latreche MIFA

التمرين 17:

لتكن الدوال  $f, g, h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 3x + 2$  ;  $g(x) = -6x + 4$  ;  $h(x) = -2x - 3$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $f, g$  ثم  $h$ .

(2) لتكن الدالتان  $s$  و  $t$  المعرفتان على  $\mathbb{R}$  بـ:  $s(x) = f(x) + g(x)$  ;  $t(x) = f(x) + h(x)$

❖ أدرس تغيرات الدالتين  $s$  و  $t$ .

❖ هل يمكن إعطاء قاعدة عامة لتغيرات مجموع دالتين إحداها متزايدة والأخرى متناقصة؟

(3)

❖ لتكن الدالة  $p$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $p(x) = f(x) \times g(x)$ . أدرس، مع التعليل، تغيرات الدالة  $p$ .

❖ لتكن الدالة  $q$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $q(x) = f(x) \times h(x)$ . باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر،

أرسم  $(C_q)$ . هل يمكن القول أن الدالة  $q$  لها نفس تغيرات الدالة  $p$ ؟

❖ هل يمكن إعطاء قاعدة عامة لتغيرات جداء دالتين إحداها متزايدة والأخرى متناقصة؟

التمرين 18:

(1) أدرس، مع التعليل، تغيرات الدوال  $f, g, h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

$$f(x) = 3x^2 - 5 ; g(x) = \frac{1}{2x^2 + 3} ; h(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

(2) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم  $(C_f)$ ،  $(C_g)$  و  $(C_h)$ . تحقق من النتائج المتحصل عليها.

التمرين 19:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

(1) أوجد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$ .

(2) أثبت أنه من أجل كل  $x \in D_f$  لدينا:  $f(x) = \frac{3}{x-1} + 2$

(3) استنتج تغيرات الدالة  $f$  على كل مجال من  $D_f$ .

(4) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، أرسم  $(C_f)$ ، و تحقق من النتائج المتحصل عليها.

التمرين 20:

الجدول الموالي يمثل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(1) شكّل جدول تغيرات الدالة  $g$  المعرفة بـ:  $g(x) = -3f(x) + 10$ .

(2) شكّل جدول تغيرات الدالة  $h$  المعرفة بـ:  $h(x) = \sqrt{f(x) - 2}$ .

(3) لتكن الدالة  $p$  المعرفة بـ:  $p(x) = \frac{1}{f(x) - 2}$ . حدّد مجموعة تعريف الدالة  $p$  وشكّل جدول تغيراتها.

$x$	-5	-1	3	5
$f$	8		6	3

Diagram showing arrows from the  $f$  row to the  $x$  row: 8 to -5, 6 to -1, 3 to 5.

التمرين 21:

لتكن الدالتان  $f$  و  $g$  المعرفتان على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - 5$  و  $g(x) = x^2 - x + 2$ .  
ما هي عبارة  $h(x)$  في كل حالة من الحالات التالية:

$$h = f \times g \quad (3)$$

$$h = 2f - 3g \quad (2)$$

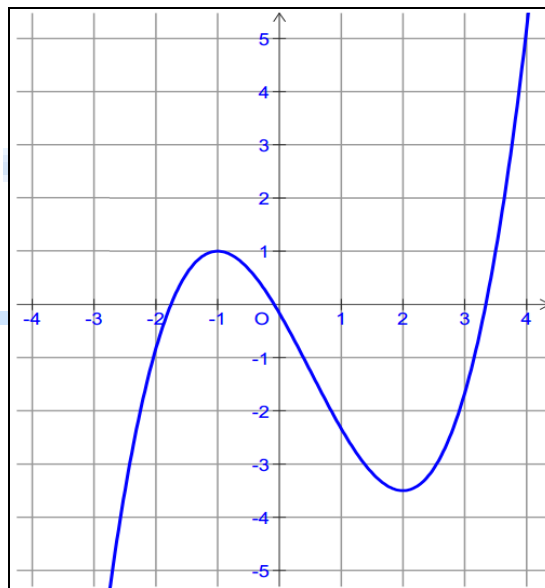
$$h = f + g \quad (1)$$

$$h = \frac{f - g}{g + 1} \quad (5)$$

$$h = \frac{f}{g} \quad (4)$$

التمرين 22:

الشكل الموالي يمثل التمثيل البياني للدالة  $f$ . أرسم على نفس الشكل مع توضيح الخطوات، التمثيل البياني للدالتين:  $h = \frac{1}{2}f$  و  $g = f + 3$ .



التمرين 23:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^2 + 2x + 3$ .

(1) أحسب:  $f(2)$  ;  $f(-3)$  ;  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  ;  $f(-\sqrt{3})$  ;  $f(1+\sqrt{3})$ .

(2) أحسب العبارات التالية بدلالة  $x$ :  $f(x) - 3$  ;  $3f(x)$  ;  $f\left(\frac{1}{2}x\right)$  ;  $f(x^2 + 1)$ .

التمرين 24:

لتكن  $f$  و  $g$  الدالتان المعرفتان بـ:  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $g(x) = -x + 5$ .

(1) أحسب:  $g(1)$  ،  $g(-4)$  و  $g(8)$ . ثم استنتج  $f(g(1))$  و  $f(g(-4))$ . هل يمكن حساب  $f(g(8))$ ؟

(2) أوجد المجال  $I$  حيث من أجل كل  $x \in I$  يمكن حساب  $f(g(x))$ .

التمرين 25:

لتكن الدالة  $u$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $u(x) = x^2 - 3$  والدالة  $v$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $v(x) = 2x - 1$ .

أحسب:  $u \circ v$  و  $v \circ u$ .

التمرين 26:

فيما يلي أذكر مجموعة تعريف  $f \circ g$  و  $g \circ f$  ثم أحسب  $f \circ g(x)$  و  $g \circ f(x)$ :

(1)  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $g(x) = 3x + 5$ .

(2)  $f(x) = \frac{1}{x}$  و  $g(x) = x^2 + 1$ .

التمرين 27:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{x}$ . ما هي مجموعة تعريف الدالة  $f \circ f$ ؟

أحسب  $f \circ f(x)$ .

التمرين 28:

(1) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{2x^2 + 1}$ . أثبت أن  $f$  هي دالة مركبة من دوال مرجعية

معروفة.

(2) نفس السؤال بالنسبة للدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + 3$ .



التمرين 29:

(1) ذكّر بتغيرات الدوال التالية:  $x \rightarrow x^2$  ،  $x \rightarrow \frac{1}{x}$  و  $x \rightarrow ax + b$ .

(2) استنتج تغيرات الدالتين:  $x \rightarrow \frac{1}{x^2}$  و  $x \rightarrow \frac{1}{2x+3}$ .

(3) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، تحقق من النتائج المتحصل عليها.

التمرين 30:

بعد كتابة الدالة  $f$  على شكل دالة مركبة من دوال مرجعية معروفة، أدرس تغيراتها على المجال  $I$ ، في كل حالة من الحالات التالية:

(1)  $f(x) = \frac{2}{x} + 3$  مع  $I = ]0; +\infty[$ .

(2)  $f(x) = 2x^2 + 3$  مع  $I = ]-\infty; 0]$ .

(3)  $f(x) = (5 - 3x)^2$  مع  $I = \left[\frac{5}{3}; +\infty\right[$ .

باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر، تحقق من النتائج المتحصل عليها.

التمرين 31:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{1}{9x^2 - 4}$ .

(1) أوجد مجموعة تعريف الدالة  $f$  ثم أثبت أنها دالة مركبة من دوال مرجعية معروفة.

(2) أدرس تغيرات الدالة  $f$ .

(3) باستعمال حاسبة أو جهاز كمبيوتر تحقق من النتائج المتحصل عليها.

تم بحمد الله وتوفيقه