

تمارين درس المعادلات والمترجمات من الدرجة الثانية

التمرين 1:

بدون إجراء حسابات، أجب بصحيح أو خطأ، وصحح الخطأ إن وجد:

- (1) المعادلة $350x^2 - 3x - 27,5 = 0$ تقبل حلين حقيقيين مختلفين.
- (2) ثلاثي الحدود $x^2 - 6x + 9$ موجب تماما من أجل كل $x \in \mathbb{R}$.
- (3) إذا ضاعفنا كل معاملات معادلة من الدرجة الثانية، فإن حلولها تكون هي الأخرى مضاعفة.
- (4) المعادلة $x^2 + 15 = 0$ ليس لها حلول.

التمرين 2:

حلّ في \mathbb{R} المعادلات التالية:

a) $x^2 - 5x - 6 = 0$ b) $-2x^2 + 3x - 1 = 0$ c) $3x^2 - 3x + 2 = 0$

التمرين 3:

- (1) ليكن ثلاثي الحدود $P(x): x^2 - 4x + a$. أوجد قيمة العدد الحقيقي a ليكون للمعادلة $P(x) = 0$ حلان مختلفان محصوران بين 1 و 5.
- (2) ليكن ثلاثي الحدود $f(x): ax^2 + 15x + c$. أوجد العددين الحقيقيين a و c ليكون $\frac{4}{3}$ و $-\frac{1}{2}$ حلان للمعادلة $f(x) = 0$.
- (3) ليكن ثلاثي الحدود $g(x): 7x^2 + bx + 2$. أوجد العدد الحقيقي b الذي من أجله المعادلة $g(x) = 0$ لا تقبل حلولاً.

التمرين 4:

حلّ في \mathbb{R} المعادلات التالية (استعمل المميز يكون في الحالات الضرورية فقط):

1) $x^2 - 6x = 0$ 2) $x^2 - 9 = 0$ 3) $x^2 + 5x = 0$
4) $2x^2 + 7 = 0$ 5) $3x^2 - 9 = 0$ 6) $2x^2 - 7x = 0$

التمرين 5:

(1) أكمل ما يلي:

$x^2 - 2x + 1 = (x - \dots)^2$

$x^2 + 4x + 4 = (x + \dots)^2$

$x^2 + 6x + \dots = (x + \dots)^2$

$x^2 - x + \frac{1}{4} = (x - \dots)^2$

$x^2 - \dots + \frac{9}{4} = (x - \dots)^2$

$x^2 + \frac{1}{2}x + \dots = (x + \dots)^2$

(2) أكمل ما يلي:

$x^2 - 2x + 3 = (x - \dots)^2 + \dots$

$x^2 + 4x - 5 = (x + \dots)^2 - \dots$

$x^2 + 6x - 1 = (x + \dots)^2 - \dots$

$x^2 - x + 2 = (x - \dots)^2 + \dots$

$x^2 - 3x + 4 = (x - \dots)^2 + \dots$

$x^2 + \frac{1}{2}x + 1 = (x + \dots)^2 + \dots$

(3) حلّ في \mathbb{R} المعادلتين التاليتين: $x^2 - 2x + 3 = 0$ و $x^2 + 4x - 5 = 0$.التمرين 6:

من بين معادلات الدرجة الثانية التالية، أذكر إن كان استعمال المميز ضروريا أم لا. ثم حلّ كل معادلة:

1) $x^2 + 2x - 3 = 0$	2) $x^2 - 5x = 0$	3) $2x^2 - x + 1 = 0$
4) $-x^2 + 5x - 6 = 0$	5) $3x^2 + 21x + 30 = 0$	6) $4 - 5x^2 = 0$
7) $9x^2 - 24x + 16 = 0$	8) $\frac{1}{2}x^2 + 2x = -5$	9) $-3x^2 + x = 4$
10) $2x^2 - \frac{1}{2} = 0$	11) $3x^2 - 7x + 5 = 0$	12) $\frac{x^2}{4} + \frac{3}{7} = 0$

التمرين 7:

أذكر الشكل النموذجي، ثم أوجد جذور ثلاثي الحدود في كل حالة من الحالات التالية:

a) $x^2 - 4x + 3$ b) $16x^2 - 48x + 35$ c) $4x^2 + 4x + 5$ d) $\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}$

التمرين 8:

حلّ ما يلي:

a) $3x^2 + 2x$ b) $2x^2 - 9x - 5$ c) $-3x^2 + 11x - 8$ d) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 12$

التمرين 9:

أذكر مجموعة حلول المعادلة في كل حالة من الحالات التالية:

1) $x^2 - 4x - 5 = 0$	2) $x^2 + 16x + 23 = 0$	3) $x^2 - 11x + 28 = 0$
4) $x^2 + x - 1 = 0$	5) $-5x^2 + 2\sqrt{5}x - 1 = 0$	6) $-4x^2 - x - 6 = 0$
7) $-6x^2 + 23x + 4 = 0$	8) $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 3 = 0$	9) $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{11}{3}x - \frac{7}{6} = 0$

التمرين 10:

حدد (إن وجدت) إحداثيات نقاط تقاطع القطع المكافئ P الذي معادلته $y = x^2 - 3x + 1$ ، والمستقيم D الذي معادلته $y = -2x + 1$.

التمرين 11:

حدد (إن وجدت) إحداثيات نقاط تقاطع القطع المكافئ P الذي معادلته $y = x^2 - x + 2$ ، والقطع المكافئ P' الذي معادلته $y = -x^2 + 2x - 6$.

التمرين 12:

حدّد (إن وجد) العددين الحقيقيين x و y اللذان مجموعهما S وجداؤهما P في كل حالة من الحالات التالية:

(1) $S = 29$ و $P = 198$.

(2) $S = 200$ و $P = 9999$.

التمرين 13:

- (1) أثبت أن المعادلة $3x^2 - 12x + 9 = 0$ لها حل ظاهر يطلب تعيينه. أوجد الحل الآخر للمعادلة (باستعمال مجموع وجداء حلي المعادلة).
- (2) نفس السؤال بالنسبة للمعادلة $-x^2 + 8x + 9 = 0$.

التمرين 14:

- (1) لتكن المعادلة $x^2 + 10x + 21 = 0$. أوجد حلي هذه المعادلة باستخدام مجموعهما S وجداؤهما P .
- (2) أوجد المعادلة من الدرجة الثانية التي حلاها هما: $x_1 = 4$ و $x_2 = -3$.
- (3) أوجد x_1 و x_2 ، حلي معادلة من الدرجة الثانية اللذان مجموعهما $S = \frac{12}{5}$ وجداؤهما $P = \frac{7}{5}$.

التمرين 15:

في كل حالة من الحالات التالية، أثبت أن المعادلة لها حل ظاهر، ثم أحسب الحل الآخر:

a) $x^2 + 3x - 4 = 0$ b) $x^2 - 7x + 6 = 0$ c) $x^2 - 2x - 3 = 0$

التمرين 16:

فيما يلي، أثبت أن $\frac{1}{2}$ حل للمعادلة، ثم أحسب الحل الآخر:

1) $2x^2 - 9x + 4 = 0$ 2) $6x^2 + x - 2 = 0$

التمرين 17:

حلّ وناقش، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، المعادلة:

$$(E_m): (m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6 = 0$$

التمرين 18:

لتكن المعادلة ذات الوسيط الحقيقي m : $(E_m): (m-2)x^2 + (2m+2)x + 10m - 14 = 0$.

- (1) ناقش، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، وجود وإشارة حلول المعادلة (E_m) .
- (2) ما هي قيم m التي يكون من أجلها للمعادلة (E_m) حلين إشارتهما مختلفة.
- (3) ما هي قيم m التي يكون من أجلها للمعادلة (E_m) حلين موجبين.

التمرين 19:

ليكن m عدد حقيقي، ولتكن المعادلة $(E_m): 4x^2 + (m-1)x + 1 = 0$.
حدّد قيم m التي يكون من أجلها للمعادلة (E_m) حل مضاعف، ثم حدّد هذا الحل.

التمرين 20:

في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، لدينا القطع المكافئ P الذي معادلته $y = x^2$ ، والمستقيم D_m الذي معادلته $y = -2x + m$ حيث m عدد حقيقي.

- (1) ما هي قيم m التي من أجلها المستقيم D_m يقطع P في نقطة وحيدة. ارسم P والمستقيم المتحصل عليه وحدد إحداثيات نقطة التقاطع.
- (2) ما هي قيم m التي من أجلها المستقيم D_m يقطع P في نقطتين مختلفتين.

التمرين 21:

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x^2 - 9 - 2(x-3)(x+2)$.

- (1) أنشر واختزل $f(x)$.
- (2) أذكر الشكل النموذجي لـ $f(x)$ ثم حل $f(x)$.
- (3) حلّ المعادلة $f(x) = 4$.
- (4) حلّ المترجمتين التاليتين: $f(x) \leq 0$ و $f(x) > 3$.

التمرين 22:

أدرس إشارة ثلاثي الحدود في كل حالة من الحالات التالية:

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| 1) $P(x) = x^2 - 2x + 1$ | 2) $Q(x) = x^2 - 1$ |
| 3) $S(x) = -3x^2 + 5x - 2$ | 4) $T(x) = 2x^2 + x + 3$ |

التمرين 23:

(1) أدرس إشارة ثلاثي الحدود في كل حالة من الحالات التالية:

- | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|
| a) $3x^2 - 4x + 5$ | b) $2x^2 - 5x + 2$ | c) $-4x^2 + 4x - 1$ |
|--------------------|--------------------|---------------------|

(2) حلّ المترجمات التالية:

- | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------------|
| a) $3x^2 - 4x + 5 < 0$ | b) $2x^2 - 5x + 2 < 0$ | c) $-4x^2 + 4x - 1 < 0$ |
|------------------------|------------------------|-------------------------|

(3) حلّ المترجمات التالية:

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| a) $3x^2 - 4x + 5 \geq 0$ | b) $2x^2 - 5x + 2 \geq 0$ | c) $-4x^2 + 4x - 1 \geq 0$ |
|---------------------------|---------------------------|----------------------------|

التمرين 24:

حلّ المترجمات التالية (استعمال المميز يكون في الحالات الضرورية فقط):

- | | | |
|-------------------------------------|-----------------------|---------------------------------|
| 1) $2x^2 + 3x + 1 \geq 0$ | 2) $x^2 - 3x - 7 < 0$ | 3) $4x^2 > -3$ |
| 4) $-x^2 < \sqrt{2}x - \frac{3}{2}$ | 5) $x - x^2 \geq 0$ | 6) $3x^2 + \frac{1}{2}x \leq 4$ |

التمرين 25:

حلّ المترجمات التالية:

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|---------------------------|
| a) $x^2 - 2x + 1 > 0$ | b) $-3x^2 + 5x - 2 \leq 0$ | c) $x(2x - 5) \geq x - 6$ |
| d) $-x^2 - 4x + 5 \geq 0$ | e) $x^2 + x - 3 \geq 0$ | f) $-3x^2 + 4x - 2 > 0$ |

التمرين 26:حلّ في \mathbb{R} المعادلات التالية:

a) $x^4 + x^2 + 1 = 0$

b) $3x^4 - 4x^2 + 1 = 0$

c) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$

d) $x^5 - x^3 - 12x = 0$

e) $x^4 - x^2 - 2 = 0$

f) $4x^4 - 13x^2 + 3 = 0$

g) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

h) $x^4 - 6x^2 + 1 = 0$

i) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$

التمرين 27:حلّ في \mathbb{R} المترجمات التالية:

a) $x^4 - 4 \leq 0$

b) $x^4 - x^2 - 12 \geq 0$

c) $x^4 - 11x^2 + 30 \leq 0$

التمرين 28:

1) أدرس إشارة كثير الحدود في كل حالة من الحالات التالية:

a) $(x-3)(x-4)(x+7)$

b) $(x-1)(x^2 + x + 3)$

c) $(x+1)(x^2 - x + 1)$

d) $(x-1)(x^2 - 3x + 2)$

e) $(x-1)(x-2)(x^2 - 2x + 5)$

f) $(2x+7)(x^2 + 2x + 2)$

g) $(2x-3)(-2x^2 + 5x + 3)$

2) حلّ في \mathbb{R} المترجمات التالية:

a) $(x-3)(x-4)(x+7) \geq 0$

b) $(x-1)(x^2 + x + 3) \leq 0$

c) $(x+1)(x^2 - x + 1) \leq 0$

d) $(x-1)(x^2 - 3x + 2) > 0$

e) $(x-1)(x-2)(x^2 - 2x + 5) \leq 0$

f) $(2x+7)(x^2 + 2x + 2) \geq 0$

g) $(2x-3)(-2x^2 + 5x + 3) > 0$

التمرين 29:

أدرس إشارة كثير الحدود في كل حالة من الحالات التالية:

a) $f(x) = x - \frac{1}{x}$

b) $g(x) = x + \frac{2}{x-3}$

التمرين 30:حلّ في \mathbb{R} المترجمات التالية:

a) $x - \frac{1}{x} \geq 0$

b) $x + \frac{2}{x-3} \leq 0$

c) $\frac{1-4x}{x^2+x+1} \leq 0$

d) $\frac{3x+2}{2x^2+11x-6} \geq 0$

e) $\frac{-x^2+4x-3}{(x-4)(2-x)} \geq 0$

f) $\frac{x^2-1}{x^2-6x+8} > 0$

التمرين 31:حلّ في \mathbb{R} ما يلي:

a) $\sqrt{2x^2-3x+1} = x-1$

b) $\sqrt{2x-1} = 1-2x$

c) $\sqrt{x^2-8} = 2x-5$

d) $\sqrt{2x+1} = x-1$

e) $\sqrt{3(x^2-1)} \leq 2x-1$

f) $5-x \leq \sqrt{x+1}$

التمرين 32:حلّ في \mathbb{R} ما يلي:

a) $\sqrt{x-2} = 4$

b) $5 + \sqrt{1-x} = 1$

c) $\sqrt{-2x-1} - x = 8$

d) $\sqrt{x^2+3x-4} - x > 1$

التمرين 33:حلّ في \mathbb{R} ما يلي:

a) $\sqrt{1-x^2} = x$

b) $\sqrt{x^2+5} = x+1$

c) $\sqrt{x^2+5x+3} = 2x+1$

التمرين 34:حلّ في \mathbb{R} ما يلي:

a) $\sqrt{x^2-1} = \sqrt{x}$

b) $\sqrt{2x-1} = \sqrt{x+1}$

c) $\sqrt{x^2+3} = \sqrt{x+2}$

التمرين 35:حلّ في \mathbb{R} ما يلي:

$$\text{a) } \sqrt{x^2-1} = x+2 \quad \text{b) } \sqrt{4x-1} = \sqrt{3-x} \quad \text{c) } \sqrt{4-x} = x-2$$

التمرين 36:حلّ في \mathbb{R} ما يلي:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{x-4} = x+1 & \text{b) } \sqrt{x^2-12} = 2x-1 \\ \text{c) } \sqrt{2x-6} = x-7 & \text{d) } \sqrt{x+12} = \sqrt{x^2+2x-8} \\ \text{e) } \sqrt{3x+3} = \sqrt{x^2+x-8} & \text{f) } \sqrt{x^2+x-2} = 2x+1 \end{array}$$

التمرين 37:حلّ في \mathbb{R} ما يلي:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } x-2 \leq \sqrt{x^2+4} & \text{b) } 1-x \leq \sqrt{x^2-x} & \text{c) } \sqrt{x} \leq \sqrt{2x-1} \\ \text{d) } x+\sqrt{x^2-5} \leq 5 & \text{e) } 2x-3 \geq \sqrt{x^2-5x+4} & \text{f) } \sqrt{2x-1} > \sqrt{4-x} \end{array}$$

تمّ بحمد الله وتوفيقه