

تمارين حول الدوال اللوغاريتمية - الجزء 1

فهرس التمارين

| | |
|---|--|
| 3 | تحديد مجموعة تعريف $\ln(u(x))$: |
| 3 | التمرين 1: |
| 3 | التمرين 2: |
| 3 | التمرين 3: |
| 3 | التمرين 4: |
| 4 | التمرين 5: |
| 4 | استعمال الخصائص الجبرية لتبسيط عبارة: |
| 4 | التمرين 6: |
| 4 | التمرين 7: |
| 4 | التمرين 8: |
| 5 | التمرين 9: |
| 5 | التمرين 10: |
| 5 | التمرين 11: |
| 5 | التمرين 12: |
| 6 | التمرين 13: |
| 6 | التمرين 14: |
| 6 | التمرين 15: |
| 6 | التمرين 16: |
| 7 | حل معادلة من الشكل $\ln(u(x)) = \ln(v(x))$: |
| 7 | التمرين 17: |
| 7 | التمرين 18: |
| 7 | التمرين 19: |
| 8 | التمرين 20: |
| 8 | التمرين 21: |
| 8 | التمرين 22: |
| 8 | حل معادلة من الشكل $\ln(u(x)) = k$: |



- 8 التمرين 23:
- 9 التمرين 24:
- 9 حل معادلة تتضمن الدالة اللوغاريتمية:
- 9 التمرين 25:
- 9 حل معادلة من الشكل $a(\ln x)^2 + b \ln x + c = 0$:
- 9 التمرين 26:
- 10 التمرين 27:
- 10 حل متراجحة من الشكل $\ln(u(x)) \geq \ln(v(x))$:
- 10 التمرين 28:
- 10 التمرين 29:
- 11 حل متراجحة من الشكل $\ln(u(x)) \geq k$:
- 11 التمرين 30:
- 11 التمرين 31:
- 11 التمرين 32:
- 11 حل متراجحة تتضمن الدالة اللوغاريتمية:
- 11 التمرين 33:
- 12 حل متراجحة من الشكل $a(\ln x)^2 + b \ln x + c \geq 0$:
- 12 التمرين 34:
- 12 دراسة إشارة عبارة تتضمن دالة لوغاريتمية:
- 12 التمرين 35:
- 12 التمرين 36:

Latreche MIFA



تحديد مجموعة تعريف $\ln(u(x))$:التمرين 1:أوجد مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة من الحالات التالية:

| | | |
|---------------------------|---|--------------------------------|
| 1) $f(x) = \ln(2x-5)$ | 2) $f(x) = \ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$ | 3) $f(x) = \ln(x^2+1)$ |
| 4) $f(x) = \ln(x^2-1)$ | 5) $f(x) = \ln(x-1) + \ln(x-2)$ | 6) $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$ |
| 7) $f(x) = \ln(x^2-4x+3)$ | 8) $f(x) = \ln(6x^2+4x+1)$ | |

التمرين 2:أوجد مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة من الحالات التالية:

| | | |
|----------------------------------|---|-------------------------------|
| 1) $f(x) = \frac{1}{\ln x}$ | 2) $f(x) = \ln(x^2+2x+3)$ | 3) $f(x) = x - \ln x$ |
| 4) $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x^2}$ | 5) $f(x) = x + x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ | 6) $f(x) = \frac{\ln x}{x^4}$ |

التمرين 3:أوجد مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة من الحالات التالية:

| | | |
|-----------------------|---|--|
| 1) $f(x) = \ln(4x-3)$ | 2) $f(x) = \frac{\ln\left(x + \frac{3}{2}\right)}{x}$ | 3) $f(x) = \ln\left(-x^2 - \frac{13}{2}x - 3\right)$ |
|-----------------------|---|--|

التمرين 4:أوجد مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة من الحالات التالية:

| | |
|--|---|
| 1) $f(x) = \ln(x) + \ln(2-x)$ | 2) $f(x) = \ln(\ln x)$ |
| 3) $f(x) = \sqrt{\frac{\ln x - 1}{\ln x + 1}}$ | 4) $f(x) = \ln(x^2 + 3x - 4)$ |
| 5) $f(x) = \ln(4-x^2) - \ln x$ | 6) $f(x) = \ln\left(\frac{4-x^2}{x}\right)$ |
| 7) $f(x) = \ln(x^2-4) - \ln(-x)$ | |



التمرين 5:أوجد مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة من الحالات التالية:

| | | |
|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 1) $f(x) = 2\ln(x) - x$ | 2) $f(x) = \ln(x^2 - 4)$ | 3) $f(x) = \ln(x^2)$ |
| 4) $f(x) = \ln(1 - 2x)$ | 5) $f(x) = \ln(2x + 3)$ | 6) $f(x) = \ln(2x^2 - x)$ |

استعمال الخصائص الجبرية لتبسيط عبارة:**التمرين 6:**

بسّط العبارات التالية:

| | |
|---|---|
| 1) $A = \ln 9 - \ln 3 + 2\ln \sqrt{3}$ | 2) $B = \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln 4$ |
| 3) $C = \ln 7 + \ln 49$ | 4) $D = \ln\left(\frac{2}{5}\right) + \ln 25$ |
| 5) $E = 2\ln x - \ln(3x)$ | 6) $F = \ln(x^2 + 2x + 1) - \ln(x + 1)$ |
| 7) $G = \ln(\sqrt{2x + 3}) + \ln(2x + 3)^3$ | 8) $H = 2\ln\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ |

التمرين 7:

بسّط الأعداد التالية:

| | |
|---|--------------------------------|
| 1) $A = \ln\left(\frac{3}{4}\right) + \ln\left(\frac{8}{3}\right) - \ln(2^3)$ | 2) $B = \ln(7^{-3}) + 2\ln 49$ |
| 3) $C = \ln\sqrt{135} + \ln\sqrt{75} - \ln\sqrt{15} - \ln\sqrt{27}$ | |

التمرين 8:

(1) $A = \ln\left(\frac{81}{161051}\right)$. أكتب العبارة A على الشكل $m\ln(3) + n\ln(11)$.

(2) $A = \ln(7503125)$. أكتب العبارة A على الشكل $m\ln(5) + n\ln(7)$.

(3) أكتب العبارات التالية على الشكل $\ln(p)$:

| | |
|---------------------------------------|---|
| a) $A = -4\ln(3) + 5\ln(5)$ | b) $B = 3\ln(5) + 4\ln(7)$ |
| c) $C = \frac{1}{2}\ln(25) - 2\ln(2)$ | d) $D = \ln(32) + \ln\left(\frac{1}{3}\right) - \ln(2)$ |



التمرين 9:

$$(1) A = \ln(x^{-2}y^3) \text{ . أكتب العبارة } A \text{ على الشكل } m \ln(x) + n \ln(y)$$

$$(2) A = \ln(x^{-3}y^{-4}) \text{ . أكتب العبارة } A \text{ على الشكل } m \ln(x) + n \ln(y)$$

$$(3) A = -2 \ln(x) - 4 \ln(y) \text{ . أكتب العبارة } A \text{ على الشكل } \ln(x^n y^m)$$

$$(4) A = -3 \ln(x) - 5 \ln(y) \text{ . أكتب العبارة } A \text{ على الشكل } \ln\left(\frac{x^n}{y^m}\right)$$

التمرين 10:

$$(1) A = \ln 32 - 5 \ln 4 + \ln \frac{1}{64} \text{ . أكتب العبارة } A \text{ بدلالة } \ln(2)$$

$$(2) B = 2 \ln(e^3) - 5 \ln\left(\frac{1}{e^4}\right) \text{ . ماهي القيمة الحقيقية لـ } B$$

$$(3) \text{ أثبت أنه من أجل كل } x > 0 : \frac{(\ln x)^2}{x} = 4 \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right)^2$$

(4) تحقق، بدون استعمال الحاسبة، من صحة المساويتين التاليتين:

| | |
|------------------------------|---|
| a) $\ln e^5 - 2 \ln e^2 = 1$ | b) $3 \ln e^{-3} + \frac{1}{2} \ln e^{10} = -4$ |
|------------------------------|---|

التمرين 11:

بسّط العبارات التالية:

| | | |
|--|----------------------------------|--|
| 1) $A = \ln(e^5)$ | 2) $B = \ln(e^2 \sqrt{e})$ | 3) $C = \ln\left(\frac{\sqrt{e}}{4}\right)$ |
| 4) $D = \ln\left(\frac{1}{e^2}\right)^3$ | 5) $E = \frac{1}{3} \ln(e^{27})$ | 6) $F = e^{2 \ln 5}$ |
| 7) $G = e^{-\ln 3}$ | 8) $H = e^{\ln(3) - \ln(2)}$ | 9) $I = \frac{e^{\ln(5) - \ln(3)}}{e^{\ln(5) + \ln(3)}}$ |

التمرين 12:

$$(1) \text{ بسّط العبارتين التاليتين: } A = 2 \ln 3 + \ln 2 + \ln \frac{1}{2} \text{ و } B = \frac{1}{2} \ln 9 - 2 \ln 3$$

(2) قارن العددين x و y :

| | |
|----------------------------------|---|
| a) $x = 3 \ln 2$; $y = 2 \ln 3$ | b) $x = \ln 5 - \ln 2$; $y = \ln 12 - \ln 5$ |
|----------------------------------|---|



التمرين 13:

أكتب بشكل مبسط الأعداد التالية:

| | | |
|---------------------------------------|--|--------------------------------|
| $A = \ln(e^{-5}) + 3e^{\ln 5}$ | $B = \frac{1}{2} \ln(e^{0,5}) - \ln(e^{-4})$ | $C = e^{\frac{1}{2} \ln(8)+1}$ |
| $D = \frac{e^{2+\ln 2}}{e^{1-\ln 2}}$ | $E = \frac{e^{2\ln 3}}{e^{3\ln 2}}$ | |

التمرين 14:

أكتب بشكل مبسط الأعداد التالية:

| | | |
|---|--|---|
| $A = \ln\left(\frac{e^5}{e^3}\right)$ | $B = \ln\sqrt{e} - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ | $C = \ln\left(\frac{e^3}{5}\right) + \ln 5$ |
| $D = 2\ln 7 - \ln\left(\frac{49}{e^3}\right)$ | $E = e^{\ln 3+1}$ | $F = e^{\ln 3-\ln 2}$ |
| $G = 2\ln(\sqrt{2}+1) + \ln(-2\sqrt{2}+3)$ | $H = \ln(\sqrt{7}) + \ln\left(2\sqrt{7} + \frac{3}{\sqrt{7}}\right)$ | |

التمرين 15:

تحقق من صحة المساوتين التاليتين، بعد تحديد قيم x التي تكون من أجلها العبارة معرفة.

| | |
|---|--|
| a) $\ln(e^x + 1) - x = \ln(1 + e^{-x})$ | b) $\ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right) = \ln\left(\frac{1 + e^{-x}}{1 - e^{-x}}\right)$ |
|---|--|

التمرين 16:

لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = 2\ln x + \ln(1-x) - \ln 2$.(1) حدّد مجموعة تعريف الدالة f .(2) اكتب $f(x)$ على شكل $\ln(u(x))$ ، حيث: u دالة يجب تحديدها.

التمرين 17:

حلّ المعادلات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|---------------------------------------|---|
| 1) $\ln(2x+1) = \ln(3x-4)$ | 2) $\ln(x^2+1) = \ln(2x^2-2)$ |
| 3) $\ln(x+7) = \ln 4$ | 4) $\ln\left(\frac{3x+1}{x+2}\right) = \ln 4$ |
| 5) $\ln(3x+1) + \ln(2x+1) = \ln(x+1)$ | 6) $\ln(x^2-1) - \ln(x+1) = \ln 3$ |
| 7) $\frac{1}{2}\ln(x-1) = \ln 6$ | 8) $\frac{1}{\ln(x+3)} = \frac{1}{\ln 5}$ |

التمرين 18:

حلّ المعادلات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $\ln(2+5x) = \ln(x+6)$ | 2) $\ln(x-1) + \ln(x-3) = \ln 3$ |
| 3) $\ln(x-1) = \ln(2x-1)$ | 4) $\ln(x-1) = \ln(2x-1)$ |
| 5) $\ln(x-1) = \ln(2x-1)$ | 6) $\ln(x-2) + \ln(x-32) = 6\ln 2$ |
| 7) $\ln[(x-2)(x-32)] = 6\ln 2$ | 8) $\ln(7-2x) - \ln(4x-9) = -\ln 3$ |
| 9) $\ln(x^2-1) = \ln(4x-1) - 2\ln 2$ | 10) $e^{1+\ln x} = \ln 2$ |

التمرين 19:

حلّ المعادلات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|--|---------------------------------------|
| 1) $\ln(1+x) = \ln(1-2x)$ | 2) $\ln(3+x) + \ln(3-x) = \ln 5$ |
| 3) $\ln(3+x) - \ln(x+13) + \ln(x+1) = 0$ | 4) $\ln(2x+1) = \ln(3-2x)$ |
| 5) $\ln(4x^2-1) = \ln(x+2)$ | 6) $\ln(2x-1) + \ln(2x+1) = \ln(x+2)$ |
| 7) $\ln(x-1) - \ln(3x+4) = \ln(5x)$ | 8) $2\ln(x-4) = \ln x - 2\ln 2$ |
| 9) $\ln(x+4) + \ln(x+1) = \ln 6$ | 10) $\ln(x+4) + \ln(x+1) = \ln 6$ |



التمرين 20:

حلّ المعادلات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|--|---|
| 1) $\ln(2x+3) = \ln 7$ | 2) $\ln(x^2 - 5) = \ln(7x - 15)$ |
| 3) $\ln\left(\frac{2}{x}\right) = \ln x$ | 4) $\ln(x^2 - 4x + 3) = \ln(-x^2 + 6x - 8)$ |
| 5) $\ln(x+3) + \ln(x+2) = \ln(x+11)$ | 6) $\ln(x^2 + 5x + 6) = \ln(x+11)$ |

التمرين 21:1) أنشر العبارة: $A(x) = (x-1)(x+1)(x-2)$.

2) حلّ المعادلات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|--|--|
| a) $\ln(x^3 + 2) = \ln(2x^2 + x)$ | b) $\ln(x ^3 + 2) = \ln(2x^2 + x)$ |
| c) $\ln(x^3 - x^2 - 3x + 3) = \ln(x^2 - 2x + 1)$ | d) $\ln(x^3 - x^2 - 3x + 3) = 2\ln(1-x)$ |

التمرين 22:

حلّ المعادلتين التاليتين (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|-----------------------------|----------------------------|
| 1) $\ln(5x+11) = 2 + \ln 5$ | 2) $\ln(7-2x) = \ln 2 - 4$ |
|-----------------------------|----------------------------|

حل معادلة من الشكل $\ln(u(x)) = k$ **التمرين 23:**

حلّ المعادلات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|--|-----------------------|
| 1) $\ln(2x+12) = 1$ | 2) $\ln(4-x) = 4$ |
| 3) $\frac{1}{\ln(2-3x)} = 3$ | 4) $\ln(x^2 - 1) = 2$ |
| 5) $\ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) = 2$ | 6) $\ln(-x-1) = -3$ |



التمرين 24:

حلّ المعادلات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|---|--|
| 1) $\ln(2x-5)=1$ | 2) $\ln(2x-1)=3$ |
| 3) $\ln\left(\frac{1}{x-1}\right)=1$ | 4) $\ln(x^2)=4$ |
| 5) $\ln\left(\frac{x-1}{2x-1}\right)=0$ | 6) $\ln\left(\left \frac{x-1}{2x-1}\right \right)=0$ |

حل معادلة تتضمن الدالة اللوغاريتمية:التمرين 25:

حلّ المعادلات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|----------------------------|--------------------------------------|
| 1) $(x-2)\ln(8x+5)=0$ | 2) $x^2 \ln(x-3)=0$ |
| 3) $(x+1)\ln(x+1)=0$ | 4) $(\ln x-2)(\ln x+2)=0$ |
| 5) $x\ln(3-x)+3\ln(3-x)=0$ | 6) $2\ln(\sqrt{x+4})+x^2 \ln(x+4)=0$ |
| 7) $\frac{\ln x}{x}=0$ | 8) $\frac{\ln x+1}{\ln x-1}=0$ |
| 9) $(x+5)\ln(x+3)=0$ | 10) $(5-x)\ln(x^2-3x-9)=0$ |

حل معادلة من الشكل $a(\ln x)^2 + b\ln x + c = 0$:التمرين 26:

حلّ المعادلات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|--|-------------------------------------|
| 1) $(\ln x)^2 + 6\ln x + 9 = 0$ | 2) $(\ln x)^2 - 3\ln x + 2 = 0$ |
| 3) $2(\ln x)^2 + \ln x + 3 = 0$ | 4) $(\ln x)^2 + 2\ln x - 35 = 0$ |
| 5) $(\ln x)^2 - \sqrt{2}\ln x - \frac{1}{2} = 0$ | 6) $(\ln x)^2 + 9\ln x + 18 = 0$ |
| 7) $(\ln x)^2 + \ln x - 20 = 0$ | 8) $-3(\ln x)^2 + 19\ln x + 14 = 0$ |



التمرين 27:

حلّ المعادلات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|---|--|
| 1) $(\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0$ | 2) $(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$ |
| 3) $(\ln x)^2 - 4\ln x - 77 = 0$ | 4) $(\ln x)^2 - 2\ln x - 3 = 0$ |
| 5) $(\ln x)^3 + 2(\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$ | 6) $2(\ln x)^3 + 5(\ln x)^2 + \ln x - 2 = 0$ |

حل متراجحة من الشكل $\ln(u(x)) \geq \ln(v(x))$

التمرين 28:

حلّ المتراجحات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|--|------------------------------------|
| 1) $\ln(x-1) < \ln(7x+3)$ | 2) $\ln(7x+12) < \ln 3$ |
| 3) $\ln(9-2x) < 2\ln 4$ | 4) $\ln(x+4) > 2\ln(x+1)$ |
| 5) $\ln(x+2) + \ln x > \ln(3x-1)$ | 6) $\ln(3x^2 - x) < \ln x + \ln 2$ |
| 7) $\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right) > \ln 4$ | 8) $\ln(x^2 - 3) > \ln 5$ |

التمرين 29:

حلّ المتراجحات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|---|-----------------------------------|
| 1) $\ln(2x-1) - \ln(2x+1) \leq \ln(x+2)$ | 2) $\ln(-8x-27) < \ln(3x+20)$ |
| 3) $\ln(3x) > \ln(4-4x)$ | 4) $\ln(4x-8) \leq \ln 3$ |
| 5) $\ln(x+2) \leq \ln x^2$ | 6) $\ln(x-2) \geq \ln(2x-1)$ |
| 7) $\ln(x^2 - 1) \leq \ln(4x-1) - 2\ln 2$ | 8) $\ln(x^2 - x - 2) < 2\ln(3-x)$ |
| 9) $\ln(2+5x) \leq \ln(x+6)$ | 10) $\ln(x-1) + \ln(x-3) < \ln 3$ |



حل متراجحة من الشكل $\ln(u(x)) \geq k$

التمرين 30:

حلّ المتراجحات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|--|--|
| 1) $\ln(x-5) < 4$ | 2) $\ln(2-9x) > 3$ |
| 3) $\ln(x^2+x-4) > 2$ | 4) $\ln(x^2+2) < 7$ |
| 5) $\ln(3-x^2) > 5$ | 6) $\ln\left(\frac{x+1}{x-2}\right) < 1$ |
| 7) $\ln\left(\frac{3}{2+x}\right) > \frac{1}{3}$ | 8) $\ln(2x^2+3x+1) < 1$ |

التمرين 31:

حلّ المتراجحات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|---------------------------|--|
| 1) $\ln(4x-8) > 0$ | 2) $\ln(4x-8) > 1$ |
| 3) $\ln x > 2$ | 4) $\ln(2x-5) \geq 1$ |
| 5) $-12\ln(-8x+41) > -40$ | 6) $\ln(-x^2+4x+6) < 0$ |
| 7) $2\ln x - 1 < 5$ | 8) $\ln\left(\frac{2x-3}{5x+1}\right) < 0$ |

التمرين 32:

حلّ المتراجحات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | | |
|--------------------|--|---------------------------------------|
| 1) $\ln(2x+3) > 0$ | 2) $\ln\left(\frac{1}{x}+2\right) > 0$ | 3) $\ln\left(\frac{-3}{x}\right) > 0$ |
|--------------------|--|---------------------------------------|

حل متراجحة تتضمن الدالة اللوغاريتمية:

التمرين 33:

حلّ المتراجحات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | | | |
|------------------------|----------------------------------|-------------------------------|------------------------|
| 1) $(\ln x)^2 - 1 > 0$ | 2) $\frac{1+\ln x}{2-\ln x} > 0$ | 3) $\frac{2(1+\ln x)}{x} > 0$ | 4) $(x-3)\ln(x+2) > 0$ |
|------------------------|----------------------------------|-------------------------------|------------------------|



حل مترابحة من الشكل $a(\ln x)^2 + b \ln x + c \geq 0$:

التمرين 34:

حلّ المترابحات التالية (بعد ذكر مجموعة تعريفها):

| | |
|--|-----------------------------------|
| 1) $(\ln x)^2 - \ln x - 6 < 0$ | 2) $(\ln x)^2 + \ln x - 6 \leq 0$ |
| 3) $\ln x - \frac{1}{\ln x} > \frac{3}{2}$ | 4) $\ln(x^2) - (\ln x)^2 > 0$ |

دراسة إشارة عبارة تتضمن دالة لوغاريتمية:

التمرين 35:

أدرس إشارة كل عبارة من العبارات التالية:

| | | |
|---------------------------|------------------------|--------------------------|
| $A(x) = \ln x(\ln x + 1)$ | $B(x) = 2x \ln(1 - x)$ | $C(x) = -x^2 \ln(x + 1)$ |
|---------------------------|------------------------|--------------------------|

التمرين 36:

أدرس إشارة كل عبارة من العبارات التالية:

| | | | |
|------------------------|-----------------------------|---|----------------------------------|
| 1) $\ln(7 - 4x)$ | 2) $\ln(3 - x^2)$ | 3) $\ln\left(x^2 + x - \frac{15}{4}\right)$ | 4) $\ln\left(\frac{3}{x}\right)$ |
| 5) $\ln(\sqrt{2 - x})$ | 6) $(\ln x - 1)(\ln x + 2)$ | 7) $\ln\left(\frac{1 - 3x}{2x + 2}\right)$ | 8) $\ln(e^x - 5)$ |

تمّ بحمد الله وتوفيقه