

تمارين حول الدوال اللوغاريتمية - الجزء 2-

فهرس التمارين

3	إيجاد مشتقة دالة لوغاريتمية:
3	التمرين 1:
3	التمرين 2:
3	التمرين 3:
4	إيجاد مشتقة دالة مرجعية تتضمن عبارة لوغاريتمية:
4	التمرين 4:
4	التمرين 5:
4	التمرين 6:
4	التمرين 7:
5	التمرين 8:
5	تحديد نهاية دالة لوغاريتمية:
5	التمرين 9:
5	التمرين 10:
5	التمرين 11:
6	تحديد نهاية دالة مرجعية تتضمن عبارة لوغاريتمية:
6	التمرين 12:
6	التمرين 13:
6	التمرين 14:
6	تشكيل جدول تغيرات دالة لوغاريتمية:
6	التمرين 15:
7	تشكيل جدول تغيرات دالة مرجعية تتضمن عبارة لوغاريتمية:
7	التمرين 16:
7	التمرين 17:
7	دراسة دالة لوغاريتمية:
7	التمرين 18:
7	التمرين 19:



- 7: التمرين 20
- 8: التمرين 21
- 8: التمرين 22
- 8: دراسة دالة مرجعية تتضمن عبارة لوغاريتمية:
- 8: التمرين 23
- 8: التمرين 24
- 8: التمرين 25
- 9: التمرين 26



Latreche MIFA

إيجاد مشتقة دالة لوغاريتمية:التمرين 1:

أوجد مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية (مع ذكر مجال قابليتها للاشتقاق):

1) $f(x) = \ln(x^2 + 3)$	2) $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$
3) $f(x) = \ln(e^x - 2)$	4) $f(x) = \ln(4 - 3x)$
5) $f(x) = \ln(\sqrt{x-1})$	6) $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$
7) $f(x) = \ln(x^2 + 4x + 4)$	8) $f(x) = \ln(-2x)$
9) $f(x) = \ln(1 + \sqrt{x})$	10) $f(x) = \ln(e^x + 1)$

التمرين 2:

أوجد مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية (مع ذكر مجال قابليتها للاشتقاق):

1) $f(x) = \ln(5x^3 + 4x^2 - 2x - 1)$	2) $f(x) = \ln(8x + 5)$
3) $f(x) = \ln(8x^2 + x - 1)$	4) $f(x) = -\frac{1}{3}\ln(8x + 5) + 7\ln(x + 5)$
5) $f(x) = \ln(6x^3 - 3x^2 - 5x + 4)$	6) $f(x) = -4\ln(7x + 6)$
7) $f(x) = -\ln x + 3\ln(4x + 3)$	8) $f(x) = 8\ln(3 - 5x)$
9) $f(x) = \ln(1 + x^2)$	10) $f(x) = \ln(2x - x^2)$

التمرين 3:

أوجد مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية (مع ذكر مجال قابليتها للاشتقاق):

1) $f(x) = \ln(2x - 5)$	2) $f(x) = \ln(-3x + 1)$
3) $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$	4) $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$
5) $f(x) = \ln(\ln x)$	6) $f(x) = \ln x^2$
7) $f(x) = (\ln x)^2$	8) $f(x) = \ln 1 - x^2 $
9) $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x-3}\right)$	



إيجاد مشتقة دالة مرجعية تتضمن عبارة لوغاريتمية:التمرين 4:أوجد مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية (مع ذكر مجال قابليتها للاشتقاق):

1) $f(x) = x^3 \ln x$	2) $f(x) = \frac{1}{\ln x}$	3) $f(x) = 2\sqrt{\ln x}$
4) $f(x) = \frac{1}{x} \ln\left(\frac{1}{x}\right)$	5) $f(x) = \frac{\ln(x+2)}{x^2}$	6) $f(x) = (\ln x + 1)(\ln x - 1)$
7) $f(x) = (x+1)(\ln \sqrt{x+1})$	8) $f(x) = \frac{\ln(x^2 + 2x)}{\ln x}$	9) $f(x) = \frac{\ln x + 1}{\ln x - 1}$

التمرين 5:أوجد مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية (مع ذكر مجال قابليتها للاشتقاق):

1) $f(x) = -3x + 5 - \ln x$	2) $f(x) = (5x^2 - x + 2) \ln x$
3) $f(x) = 4 \ln(x+3) + 3x + 3$	4) $f(x) = 4x^2 + 2x + 2 \ln x$
5) $f(x) = 3 \ln x + 5x - 9$	6) $f(x) = (x^5 - 3x^2 + 1) \ln x$
7) $f(x) = 3 \ln x + 158x^3 - 24x + 5\sqrt{x}$	8) $f(x) = \frac{x+1}{\ln x + 2}$

التمرين 6:أوجد مشتقة الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ:

1) $f(x) = x + 2 \ln x$	2) $f(x) = 3 + x \ln x$
3) $f(x) = (x-1) \ln x$	4) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$
5) $f(x) = 2x(\ln x + 1)^2$	6) $f(x) = (3x+1)(\ln x)^3$

التمرين 7:أوجد مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية (مع ذكر مجال قابليتها للاشتقاق):

1) $f(x) = 2x + 1 + \ln x$	2) $f(x) = x \ln x - x$
3) $f(x) = \frac{2 \ln(x+1)}{x+1}$	4) $f(x) = x^2 + (\ln x)^2$
5) $f(x) = e^x \ln x$	6) $f(x) = (-4x - 5) \ln x$



التمرين 8:

أوجد مشتقة الدالة f في كل حالة من الحالات التالية (مع ذكر مجال قابليتها للاشتقاق):

1) $f(x) = -\frac{x}{2} + 1 + 2\ln x$	2) $f(x) = \frac{2\ln x}{\ln 3}$	3) $f(x) = \ln(4-x) + \ln x$
4) $f(x) = x\ln x - x$	5) $f(x) = x^2 \ln x$	6) $f(x) = x\ln(2x-3)$
7) $f(x) = 2x(1-\ln x)$	8) $f(x) = \frac{x-\ln x}{x^2}$	9) $f(x) = (\ln x)^2 - 2\ln x - 4$

تحديد نهاية دالة لوغاريتمية:**التمرين 9:**

حدّد النهايات التالية:

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x-2) - \ln(x+3)$	2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x^2 + 1)$
3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(2 + 3e^{-x})$	4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(2 + 3e^{-x})$
5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{e^x - 1}{4e^x - 3}\right)$	6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(2x^2 + 3x + 2) - 2\ln(x-1)$
7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(e^x - e^{-x})$	8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2 - 4x + 1)$

التمرين 10:

حدّد النهايات التالية:

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + \sqrt{1+x^2})$	2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1 + \sqrt{1+x^2})$
3) $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1 + \sqrt{1+x^2})$	4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln x^2$

التمرين 11:

حدّد نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها، في كل حالة من الحالات التالية:

1) $f(x) = \ln(1-3x)$	2) $f(x) = \ln\left(\frac{1+e^x}{2}\right)$
3) $f(x) = \sqrt{x} \ln x$	4) $f(x) = \ln\left(\frac{5-x}{3+x}\right)$



تحديد نهاية دالة مرجعية تتضمن عبارة لوغاريتمية:التمرين 12:

حدّد النهايات التالية:

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x - 4) \ln x$	2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + 4x}{\ln x - 7}$	3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) \ln x$
4) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$	5) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) \ln x$	6) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 3}{\ln x}$
7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x + \frac{1}{2}x^2 - 4$	8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x + 1)(3 - \ln x)$	

التمرين 13:

حدّد النهايات التالية:

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + \ln x)$	2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - x) \ln x$	3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln 2 - 3 \ln x)$
4) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x - 4 + \ln x)$	5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \ln x$	6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)$
7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x)}{x}$	8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} - 1 + \ln x$	

التمرين 14:حدّد نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها، في كل حالة من الحالات التالية:

1) $f(x) = \frac{\ln(-x)}{3x + 2}$	2) $f(x) = 25x^2 \ln(-x)$
3) $f(x) = \frac{\ln(5x)}{7x - 3}$	4) $f(x) = (7x - 4)^2 \ln(-4x)$

تشكيل جدول تغيرات دالة لوغاريتمية:التمرين 15:شكّل جدول تغيرات الدالة f في كل حالة من الحالات التالية:

1) $f(x) = \ln(3x - 2)$	2) $f(x) = \ln(x^2 - 36)$	3) $f(x) = \ln \left(\frac{5x + 2}{x - 3} \right)$
-------------------------	---------------------------	---



تشكيل جدول تغيرات دالة مرجعية تتضمن عبارة لوغاريتمية:التمرين 16:شكّل جدول تغيرات الدالة f في كل حالة من الحالات التالية:

1) $f(x) = 2x - \ln x$	2) $f(x) = x \ln x$	3) $f(x) = \frac{\ln x}{3x}$
4) $f(x) = \ln x - 4x^2 + 2$	5) $f(x) = 1 - \frac{1}{x} - 2 \ln x$	6) $f(x) = x \ln x - 3x$

التمرين 17:شكّل جدول تغيرات الدالة f في كل حالة من الحالات التالية:

1) $f(x) = x - \ln x$	2) $f(x) = x \ln x - x + 3$	3) $f(x) = \frac{x+3}{\ln x}$
4) $f(x) = x^2 - 2 + \ln x$	5) $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$	6) $f(x) = x \ln 2 - 2 \ln x$

دراسة دالة لوغاريتمية:التمرين 18:لنكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$.

- شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم (C_f) تمثيلها البياني.
- أثبت أنه من أجل كل $x \in]-2; 2[$ ، $f(-x) = -f(x)$ ، ما الذي يمكن استنتاجه بالنسبة لـ (C_f) .

التمرين 19:لنكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \ln\left(\frac{5x^2}{5x^2+2}\right)$.

- شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم (C_f) تمثيلها البياني.
- أثبت أنه من أجل كل $x \in D_f$ ، $f(x) < 0$.

التمرين 20:لنكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \ln(ax+b)$ ، حيث: a و b عدنان حقيقيان.

- حدّد العددين a و b اللذان يكون من أجلهما (C_f) التمثيل البياني للدالة f يقطع محور الفواصل في النقطة $A(2;0)$ ، ويقبل عند هذه النقطة مماسا موازيا للمستقيم الذي معادلته $y = x$.
- شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم (C_f) تمثيلها البياني.



التمرين 21:

لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \ln(1+e^x)$.

- (1) شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم (C_f) تمثيلها البياني.
- (2) أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $f(x) - x = \ln(1 - e^{-x})$ ، و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x = 0$. ما الذي يمكن استنتاجه بالنسبة لـ (C_f) .

التمرين 22:

لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$.

- (1) شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم (C_f) تمثيلها البياني.
- (2) برهن أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $f(x) = x + \ln(1 + e^{-2x})$.
- (3) برهن أن المستقيم D الذي معادلته $y = x$ مماس لـ (C_f) عند $+\infty$.

دراسة دالة مرجعية تتضمن عبارة لوغاريتمية:**التمرين 23:**

لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln x - 3(\ln x)^2$.

- (1) شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم (C_f) تمثيلها البياني.
- (2) أدرس إشارة الدالة f من أجل $x \in]0; +\infty[$.

التمرين 24:

لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$.

- (1) شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم (C_f) تمثيلها البياني.
- (2) ما هي معادلة المماس T لـ (C_f) عند النقطة التي فاصلتها e ؟ أرسم T .

التمرين 25:

لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x^2 - 2 + \ln x$.

- (1) شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم (C_f) تمثيلها البياني.
- (2) برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]0; +\infty[$. حدّد قيمة α بتقريب 10^{-3} .



التمرين 26:

لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \ln\left(\frac{x}{2x+1}\right)$.

- (1) شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم (C_f) لتمثيلها البياني.
- (2) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x - \ln 2$ مماس لـ (C_f) عند $+\infty$.
- (3) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ Δ ، ثم أرسم Δ .
- (4) برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ، ثم أثبت أن $\alpha \in \left]1; \frac{5}{4}\right[$.

تم بحمد الله وتوفيقه

Latreche MIFA

